

Progetto SP1a

“Nuove tecnologie per l’analisi non intrusiva dei manufatti”

Programma di ricerca

Ingegnerizzazione di prototipi e strumentazione per la diagnostica su manufatti monumentali in materiale lapideo

Misura della costante dielettrica di campioni solidi mediante sensore elettromagnetico

Edoardo Bozzi, Massimo Chimenti

Istituto di Scienza e Tecnologie dell’Informazione “Alessandro Faedo”.

Rapporto tecnico febbraio 2005

Indice

| | |
|---|----|
| Introduzione..... | 3 |
| Capacità di un condensatore | 4 |
| Condensatore piano | 4 |
| Condensatore complanare | 6 |
| Materiali e metodi | 9 |
| Campioni | 9 |
| Condensatori..... | 10 |
| Condensatore piano | 10 |
| Condensatore complanare a spirale | 13 |
| Condensatore complanare a pettine | 15 |
| Risultati | 18 |
| Misure mediante condensatore piano | 18 |
| Misure mediante condensatore complanare a spirale | 20 |
| Misure mediante condensatore complanare a pettine con supporto rigido in plexiglass | 21 |
| Misure mediante condensatore complanare a pettine con supporto flessibile in silicone | 22 |
| Discussione..... | 23 |

Introduzione

La capacità di un condensatore dipende dal valore della permittività (o costante dielettrica) del mezzo attraversato dalle linee di forza del campo elettrico generato dal condensatore sotto carica: in linea di principio, un condensatore può essere usato per misurare alcune proprietà di un oggetto, come la sua permittività. Sotto opportune condizioni è possibile determinare ulteriori proprietà, o difetti, come ad esempio la porosità di un oggetto.

Un condensatore piano, costituito da due armature metalliche parallele, è uno strumento che consente di misurare con buona precisione, previa l'osservanza di determinati vincoli, le suddette proprietà, e può quindi costituire il sensore di una procedura di misura non invasiva. L'esecuzione delle misure mediante un condensatore piano richiede però la disponibilità di un campione con due facce parallele, su cui si determina un rettangolo di misura con dimensioni eguali a quelle delle armature: questa condizione limita l'impiego di questo tipo di sensore nel caso in cui l'ispezione del materiale debba essere, oltre che non invasiva, anche non distruttiva.

Per rimediare a questa restrizione si può ricorrere all'impiego di un condensatore complanare, costituito sostanzialmente da sottili armature metalliche poste sullo stesso piano, individuato normalmente da un opportuno supporto rigido piano. Questo tipo di condensatore costituisce normalmente un componente parassita nelle linee di trasmissioni su circuiti stampati, ed è stato ampiamente studiato nell'ambito dell'elettronica dell'ingegneria delle comunicazioni; il condensatore complanare può costituire viceversa un sensore efficiente per l'ispezione non distruttiva e non invasiva di oggetti con grandi dimensioni, tali da rendere improponibile l'impiego di un condensatore piano.

Il comportamento di un condensatore piano, in particolare l'andamento delle linee di forza del campo elettrico e delle superfici equipotenziali da esso generate, non possono essere descritte in maniera semplice come nel caso del condensatore piano, e non sono quindi applicabili relazioni semplici per la stima delle proprietà dell'oggetto esaminato: è però possibile impiegare consolidate relazioni di conformal mapping, che consentono di determinare almeno la dipendenza della capacità del condensatore della permittività del mezzo con cui esso è a contatto.

Si è quindi proceduto alla verifica sperimentale di un dispositivo di questo genere, al fine di determinarne le possibilità d'impiego come sensore per misure assolute o per confronti su dielettrici di diversa natura.

I sensori usati per la sperimentazione operano a basso voltaggio e a bassa frequenza, in modo che si possono applicare le relazioni valide in condizioni quasi stazionarie.

Capacità di un condensatore

Due corpi metallici caricati mediante lo spostamento della carica Q dall'uno all'altro formano un condensatore, la cui capacità C è data da:

$$C = \frac{Q}{V}$$

dove V è la differenza di potenziale tra i due corpi.

Tra i due corpi si forma un campo elettrico E ; le linee di forza di E vanno dalla superficie di un corpo alla superficie dell'altro corpo, e incidono perpendicolarmente alle due superfici. L'intensità di E è legata alla densità superficiale di carica σ dalla relazione (teorema di Gauss):

$$\sigma = E\varepsilon$$

dove ε è la permittività (o costante dielettrica) del mezzo interposto tra i due corpi. Nel vuoto si ha $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ Farad/m; in un dielettrico si ha $\varepsilon = \varepsilon_D = \varepsilon_0\varepsilon_r$. Per l'aria si assume $\varepsilon_r = 1$.

Condensatore piano

Un condensatore piano è costituito da due lastre sottili piane di superficie A ; le lastre sono parallele e sono poste a distanza d .

In questo tipo di condensatore, trascurando gli effetti di bordo, le linee di forza di E sono parallele e distribuite in modo uniforme. L'intensità del campo è legata alla differenza di potenziale tra le armature dalla relazione:

$$V = Ed$$

La densità superficiale di carica è legata alla carica totale su ciascun'armatura dalla relazione:

$$Q = \sigma A$$

e la capacità del condensatore è data da:

$$C = \frac{\sigma A}{Ed}$$

Usando il teorema di Gauss si ottiene:

$$C = \frac{A}{d}\varepsilon = F\varepsilon$$

Fissato il fattore di forma $F(A, d)$, dipendente dalla geometria del condensatore, la capacità è proporzionale alla costante dielettrica del mezzo interposto tra le armature. La capacità a vuoto è data da:

$$C_0 = \frac{A}{d} \varepsilon_0$$

mentre la capacità del condensatore con un mezzo di costante dielettrica $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r1}$ è data da:

$$C_d = \frac{A}{d} \varepsilon_1 = C_0 \varepsilon_{r1}$$

Il rapporto $\frac{C_d}{C_0}$ fornisce quindi il valore della costante dielettrica del mezzo.

Condensatore complanare

Un condensatore complanare è una struttura costituita da armature sottili poste sullo stesso piano.

Quando le armature sono portate alla differenza di potenziale V , su di esse si accumulano le cariche Q e $-Q$, in modo che la capacità del condensatore è ancora definita dalla relazione generale $C = Q/V$. Le cariche sono disposte su entrambe le facce delle armature, in modo che entrambi i semispazi individuati dal piano su cui giacciono le armature sono attraversati dalle linee di forza del campo elettrico, che partono dall'armatura positiva e raggiungono quella negativa: un condensatore complanare può essere quindi considerato come il parallelo di due condensatori con lo stesso fattore di forma, ed il suo comportamento può essere determinato considerando uno solo di essi.

Le linee di forza tra le due armature sono linee curve di differenti lunghezze, che incidono perpendicolarmente sulle armature. Le armature sono equipotenziali ed il campo elettrico, che è inversamente proporzionale alla lunghezza della linea di forza, non è costante; anche la densità superficiale di carica sulle armature non è costante. È comunque possibile usare una trasformazione conforme per determinare un condensatore piano equivalente al condensatore complanare.

La struttura più semplice di un condensatore complanare è costituita da una lamina rettangolare di larghezza w , posta a distanza d da un'altra lamina (piano di massa). Si considera normalmente la capacità per unità di lunghezza, che viene espressa in funzione della geometria del condensatore; se il semipiano superiore è riempito con una sostanza con costante dielettrica relativa ϵ_{r1} si ha:

$$C^* = \frac{a}{b} \epsilon_0 \epsilon_{r1}$$

dove $\frac{a}{b} = \frac{K(k)}{K(k')}$.

Le funzioni K sono integrali ellittici completi della prima specie, definiti da:

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}$$

I parametri k e k' (moduli) sono ricavati dalle dimensioni del condensatore mediante le relazioni:

$$k = \frac{w}{w + d}$$

$$k' = (1 - k^2)^{\frac{1}{2}}$$

Il rapporto $\frac{K(k)}{K(k')} \equiv \frac{K}{K'}$ può essere approssimato mediante le relazioni:

$$\frac{K}{K'} \approx \frac{1}{\pi} \ln \left[2 \frac{1 + \sqrt{k}}{1 - \sqrt{k}} \right] \quad \text{per } \frac{1}{\sqrt{2}} \leq k \leq 1$$

$$\frac{K}{K'} \approx \pi \frac{1}{\ln \left[2 \frac{1 + \sqrt{k'}}{1 - \sqrt{k'}} \right]} \quad \text{per } 0 \leq k < \frac{1}{\sqrt{2}}$$

La figura 1 mostra l'andamento del rapporto K/K' .

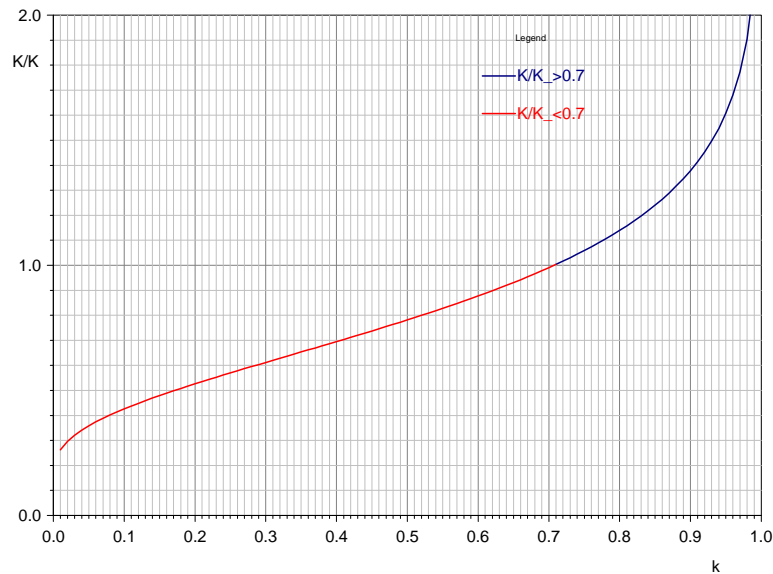


Figura 1. Andamento del rapporto K/K' in funzione del parametro k .

Considerando tutta la lamina si ottiene la capacità:

$$C_1 = C * L = \frac{K}{K'} \epsilon_0 \epsilon_{r1} L$$

Si consideri ora il semipiano sottostante il condensatore complanare e si assuma che esso sia riempito con un mezzo di costante dielettrica relativa ϵ_{r2} ; per questo condensatore si ottiene il valore di capacità:

$$C_2 = \frac{K}{K'} \epsilon_0 \epsilon_{r2} L$$

Considerando entrambi i semipiani, si ha dunque la capacità complessiva:

$$C = (\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2}) \times L \times \varepsilon_0 \times \frac{K}{K'} = (\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2}) \times B$$

con $B = L \times \varepsilon_0 \times \frac{K}{K'}$.

Se la costante dielettrica ε_{r2} è nota, la costante dielettrica ε_{r1} è ricavata dalla misura della capacità complessiva mediante la relazione:

$$\varepsilon_{r1} = \frac{C}{B} - \varepsilon_{r2} \quad (1)$$

Il valore della costante dielettrica ε_{r2} è ricavabile mediante la misura di capacità in aria C_0 ; in questo caso, posto $\varepsilon_{r1} = 1$, si ha:

$$C_0 = (1 + \varepsilon_{r2}) \times B$$

e quindi:

$$\varepsilon_{r2} = \frac{C_0}{B} - 1 \quad (2)$$

Materiali e metodi

Mediante un capacimetro e differenti tipi di condensatori si sono determinate in differenti condizioni di misura le costanti dielettriche di campioni di varia natura.

Campioni

Le figure 2 e 3 mostrano i campioni usati per le misure di capacità; la tabella 1 riporta le loro caratteristiche.



Figura 2. Campioni di legno e materiale plastico usati per le misure.



Figura 3. Campioni di materiali lapidei usati per le misure.

| campione | materiale | spessore mm | ε_{rif} |
|-----------------|-------------------------|--------------------|------------------------|
| L1 | Abete | 68 | |
| L2 | Mogano | 13.5 | 1.6-3.3 |
| L3 | Douglas | 34 | 1.8-1.9 |
| L4 | Pioppo | 14.2 | 2.1-2.4 |
| P1 | Nylon | 30 | 2.8-3.0 |
| P2 | PVC | 20 | 2.7-2.9 |
| P3 | teflon | 20 | 2.1 |
| P4 | Plexiglass | 15.5 | 2.6-2.8 |
| P5 | PVC nero | 7.7 | 3.4 |
| P6 | Policarbonato | 3 | 3 |
| P7 | bachelite | 2.5 | 4.4-5.4 |
| M1 | Bianco statuario | 50 | 7 |
| M2 | Bianco Carrara C | 50 | 6 |
| M3 | Rosa Portogallo | 50 | 7 |
| M4 | Botticino classico | 50 | 7 |
| M5 | Pietra di Trani | 50 | 14 |
| M6 | Verde Cipollino | 50 | 8 |
| M7 | Pietra Serena | 50 | 58 |
| M8 | Pietra di Cardoso | 50 | 9 |
| M9 | Verde Aver | 50 | 14 |
| M10 | Granito grigio Sardegna | 50 | 30 |
| M11 | Nero Africa Zimbabwe | 50 | 10 |

Tabella 1. Caratteristiche dei campioni esaminati.

Le figure 4, 5, 6 mostrano i condensatori impiegati per la misura della costante dielettrica dei campioni.

Nelle figure 5 e 6 compare anche lo strumento usato per le misure, costituito da un capacimetro Beckmann, modello LM22A. Lo strumento fornisce un tensione alternata di 1 V a 1 kHz e misura capacità con accuratezza $\pm 2\%$. Lo strumento viene collegato al condensatore in prova mediante una coppia di cavi: le misure di capacità riportate nel seguito sono date dalla differenza tra il valore letto sullo strumento ed il valore C_{off} , ottenuto misurando la capacità dei cavi di collegamento.

Condensatori

Condensatore piano

Il condensatore piano di figura 4 è costituito da due lamine metalliche sottili, incollate su lastre di plexiglass; le lastre sono montate su carrelli con spostamento micrometrico che consentono di regolare la distanza tra le armature, in modo da misurare campioni con spessori differenti.

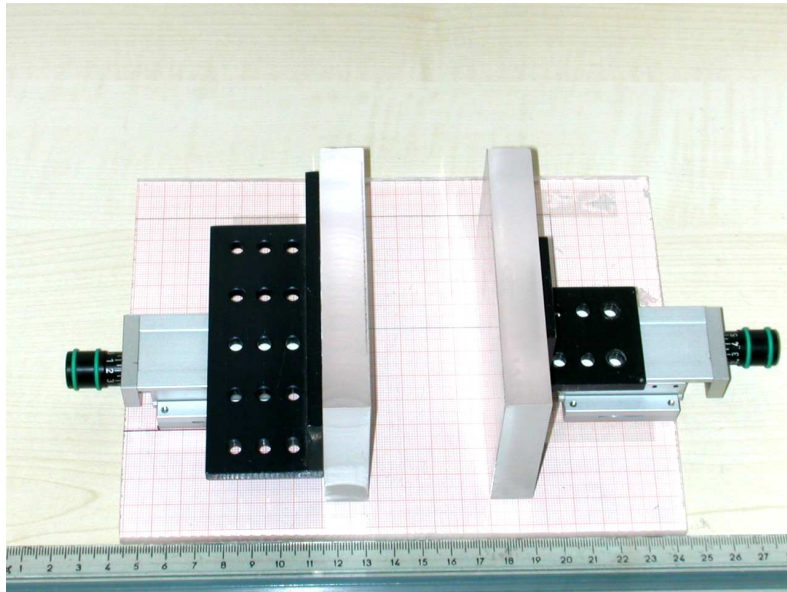


Figura 4. Condensatore piano usato per le misure.

La capacità nominale del condensatore a vuoto è $C_0 = \frac{A}{d} \varepsilon_0$. Le armature hanno un'area di $100.5 \text{ mm} \times 75.5 \text{ mm} = 7587,75 \text{ mm}^2$, e quindi la capacità nominale in funzione della distanza tra le armature, espressa in mm, è:

$$C_0 = \frac{67.2}{d} \text{ pF} \quad (3)$$

La figura 5 riporta i valori calcolati mediante l'equazione 3 e le capacità misurate sperimentalmente a differenti valori di d .

Il valore di C_{off} è risultato 3.7 pF; lo scarto medio tra i valori teorici e quelli sperimentali è di 2 pF.

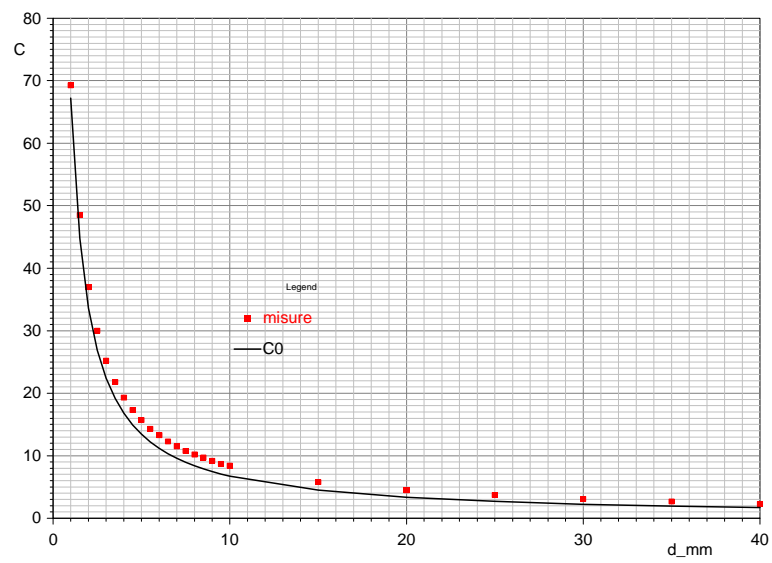


Figura 5. Capacità teorica del condensatore piano e valori sperimentali.

Condensatore complanare a spirale

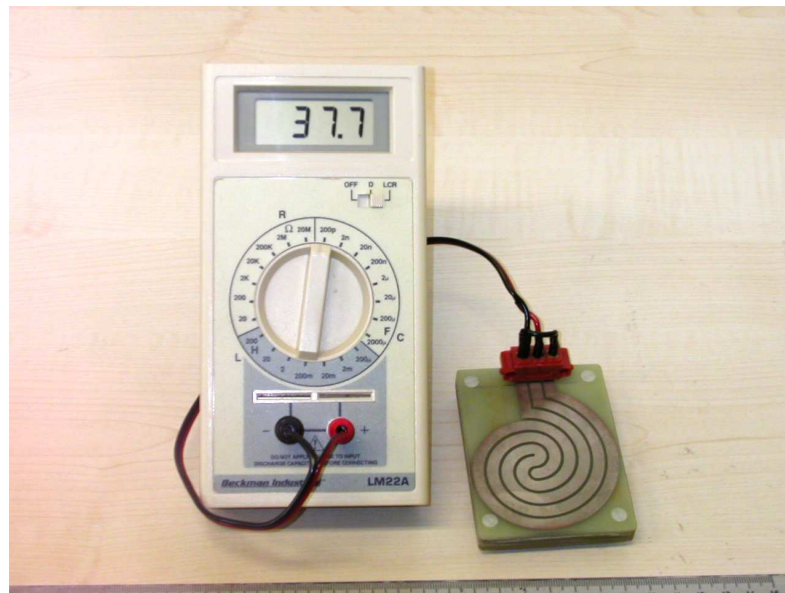


Figura 6. Condensatore complanare a spirale usato per le misure.

Il condensatore complanare mostrato in figura 6 è costituito da una pista centrale e da due piste laterali, tutte avvolte a spirale: le piste laterali sono collegate tra loro e costituiscono un piano di massa, la pista centrale costituisce l'altra armatura del condensatore. Per ciascun semispazio la struttura può essere considerata come il parallelo di due condensatori, le cui armature hanno dimensioni eguali alla metà delle dimensioni della pista; la capacità complessiva è la somma delle capacità calcolate per ciascun semispazio.

In questo caso la pista centrale ha larghezza $w = 5 \text{ mm}$, lunghezza $L = 161.2 \text{ mm}$ e distanza $d = 1 \text{ mm}$ dalle piste laterali; le piste sono stampate su un substrato con costante dielettrica relativa $\epsilon_{r2} = 4.88$. La capacità nominale del condensatore è quindi:

$$C = \left[2 \times (\epsilon_r + 4.88) \times 161.2 \times 10^{-3} \times 8.86 \times \frac{K}{K'} \right] pF$$

dove ϵ_r è la permittività del semispazio sovrastante le piste.

Il modulo k vale:

$$k = \frac{w}{w + 2d} = 0.71$$

per cui $\frac{K}{K'} = 1.009$; si ha dunque:

$$C = (\epsilon_r + 4.88) \times 2.86 pF$$

La capacità complessiva del condensatore è data dalla somma di due termini: la capacità fissa determinata dal substrato $C_s = 4.88 \times 2.86 \text{ pF} = 13.96 \text{ pF}$ e la capacità dipendente dal dielettrico $C(\epsilon_r) = \epsilon_r \times 2.86 \text{ pF}$.

La capacità nominale complessiva in aria è $C_0 = 16.7 \text{ pF}$. La capacità in aria misurata è di 16.8 pF , con $C_{\text{off}} = 21.1 \text{ pF}$.

Il valore della costante dielettrica del campione è ricavato dalla misura di capacità mediante la relazione:

$$\epsilon_r = \frac{C_d}{2.86} - 4.88 = 0.35C_d - 4.88$$

Condensatore complanare a pettine

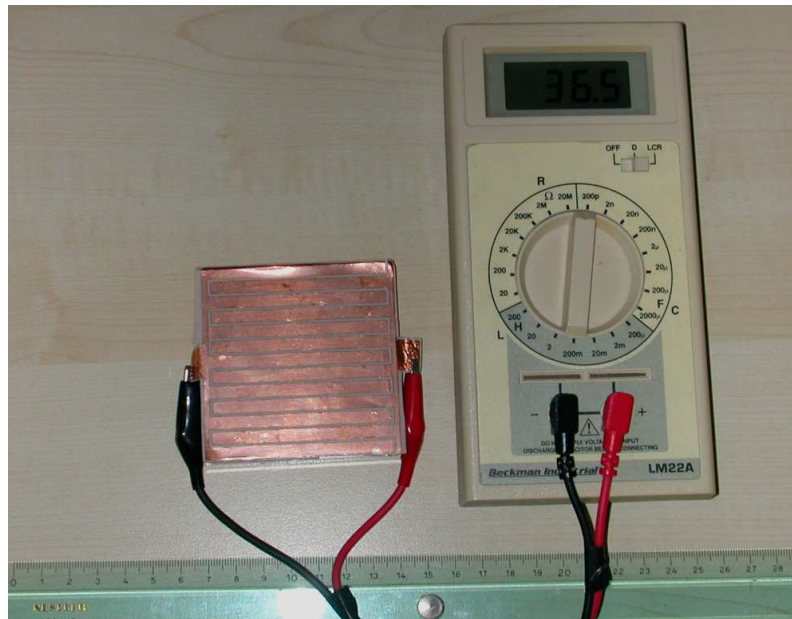


Figura 7. Condensatore complanare a pettine usato per le misure.

Il condensatore complanare mostrato in figura 7 è costituito da 6 moduli, ognuno dei quali è composto di una pista centrale e da due piste laterali, tutte parallele: le piste laterali sono collegate tra loro e costituiscono un piano di massa, le piste centrali, anch'esse collegate tra loro, costituiscono l'altra armatura del condensatore. In prima approssimazione, per ciascun semispazio la struttura può essere considerata come il parallelo di 6 condensatori, le cui armature hanno dimensioni eguali alla metà delle dimensioni della pista centrale; la capacità complessiva è la somma delle capacità calcolate per ciascun semispazio.

In questo caso la pista centrale ha larghezza $w = 4.5$ mm, lunghezza $L = 65.5$ mm e distanza $d = 0.9$ mm dalle piste laterali.

La capacità nominale del condensatore è quindi:

$$C = 6 \times \left[2 \times (\epsilon_r + \epsilon_s) \times 65.5 \times 10^{-3} \times 8.86 \times \frac{K}{K'} \right] pF$$

dove ϵ_r è la permittività del semispazio sovrastante le piste e ϵ_s è la permittività del semispazio sottostante le piste. Quest'ultima dipende dal foglio di mylar su cui è depositato lo stampato, dal collante e dal supporto.

Il modulo k vale:

$$k = \frac{w}{w + 2d} = \frac{4.5}{4.5 + 1.8} = 0.714$$

per cui $\frac{K}{K'} = 1.009$; si ha dunque:

$$C = (\varepsilon_r + \varepsilon_s) \times 7.03 \text{ pF}$$

Per determinare ε_s si fa una misura in aria, ponendo $\varepsilon_r = 1$.

Sono stati realizzati due condensatori, uno con un supporto rigido, costituito da una lastra di 16 mm di plexiglass, ed uno con un supporto flessibile, costituito da uno spessore di 16 mm di silicone.

Supporto di plexiglass

In questo caso, sottraendo al valore di misura la quantità $C_{\text{off}} = 8.3 \text{ pF}$, si è ottenuto:

$$C_a = (1 + \varepsilon_s) \times 7.03 \text{ pF} = 30 \text{ pF}$$

da cui, facendo uso dell'equazione 10:

$$\varepsilon_s = \frac{30}{7.03} - 1 = 3.27$$

La capacità del condensatore complanare a pettine con supporto rigido in plexiglass è quindi esprimibile mediante la relazione:

$$C = (\varepsilon_r + 3.27) \times 7.03 \text{ pF}$$

Il valore della costante dielettrica del campione è ricavato dalla misura di capacità mediante la relazione:

$$\varepsilon_r = \frac{C_d}{7.03} - 3.27 = 0.14C_d - 3.27$$

Supporto di silicone

In questo caso si è ottenuto:

$$C_a = (1 + \varepsilon_s) \times 7.03 \text{ pF} = 29.7 \text{ pF}$$

da cui:

$$\varepsilon_s = \frac{29.7}{7.03} - 1 = 3.22$$

La capacità del condensatore complanare a pettine con supporto flessibile in silicone è quindi esprimibile mediante la relazione:

$$C = (\epsilon_r + 3.22) \times 7.03 \text{ pF}$$

Il valore della costante dielettrica del campione è ricavato dalla misura di capacità mediante la relazione:

$$\epsilon_r = \frac{C_d}{7.03} - 3.22 = 0.14C_d - 3.22$$

Risultati

In questo capitolo si riportano i risultati sperimentali ottenuti con differenti tipi di sensore (piano e complanare), usando i campioni di materiali descritti in precedenza, misurabili coi differenti sensori.

Misure mediante condensatore piano

La tabella 2 riporta i risultati delle misure ottenute coi campioni lignei e plastici, la tabella 3 riporta i risultati delle misure ottenute coi campioni lapidei. Nelle tabelle sono riportati i tipi di campioni, i valori di capacità C_d misurati col campione e i valori C_0 a vuoto: entrambi i tipo di valori riportati sono ottenuti sottraendo il valore $C_{off} = 3.5$ pF dai valori letti sullo strumento.

Il valore della costante dielettrica del campione è ottenuta usando la relazione:

$$\epsilon_{r1} = \frac{C_d}{C_0}$$

| campione | | C_d | C₀ | ε_r | ε_{r1f} |
|-----------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| L1 | Abete | NA | NA | | 2.9 |
| L2 | Mogano | 22.0 | 6.4 | 3.5 | 2.45 |
| L3 | Douglas | 8.0 | 2.8 | 2.9 | 1.85 |
| L4 | Pioppo | 13.1 | 6.1 | 2.2 | 2.3 |
| P1 | Nylon | 6.9 | 3.1 | 2.3 | 2.9 |
| P2 | PVC | 12.8 | 4.6 | 2.8 | 2.8 |
| P3 | teflon | 8.4 | 4.5 | 1.9 | 2.1 |
| P4 | Plexiglass | 15.9 | 5.7 | 2.8 | 2.7 |
| P5 | PVC nero | 30.0 | 10.5 | 2.9 | 3.4 |
| P6 | Policarbonato | 61.9 | 26.3 | 2.4 | 3 |
| P7 | bachelite | 130.0 | 31.5 | 4.1 | 4.9 |

Tabella 2. Campioni lignei e plastici esaminati col condensatore piano.

| campione | | C_d | C₀ | ε_r | ε_{rif} |
|-----------------|-------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| M1 | Bianco statuario | 12.5 | 2.4 | 5.2 | 7.1 |
| M2 | Bianco Carrara C | 12.4 | 2.4 | 5.2 | 5.7 |
| M3 | Rosa Portogallo | 13.2 | 2.4 | 5.5 | 6.8 |
| M4 | Botticino classico | 14.3 | 2.4 | 6.0 | 6.6 |
| M5 | Pietra di Trani | 91.3 | 2.4 | 38.0 | 13.8 |
| M6 | Verde Cipollino | 15 | 2.4 | 6.3 | 8 |
| M7 | Pietra Serena | 346.5 | 2.4 | 144.4 | 58.2 |
| M8 | Pietra di Cardoso | 25 | 2.4 | 10.4 | 9.2 |
| M9 | Verde Aver | 41.3 | 2.4 | 17.2 | 13.7 |
| M10 | Granito grigio Sardegna | 119.4 | 2.4 | 49.8 | 29.9 |
| M11 | Nero Africa Zimbabwe | 26.5 | 2.4 | 11.0 | 9.6 |

Tabella 3 Campioni lapidei esaminati col condensatore piano.

Misure mediante condensatore complanare a spirale

La tabella 4 riporta i risultati delle misure ottenute coi campioni lignei e plastici, la tabella 5 riporta i risultati delle misure ottenute coi campioni lapidei. Nelle tabelle sono riportati i tipi di campioni, i valori di capacità C_m misurati col campione e i valori C_d ottenuti sottraendo dal valore di misura la quantità C_{off} .

Il valore della costante dielettrica del campione è ottenuto usando la relazione:

$$\epsilon_r = 0.35C_d - 4.88$$

| campione | | C_m | C_d | ε_r | ε_{rif} |
|-----------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| L1 | Abete | 44.3 | 23.2 | 3.2 | 2.9 |
| L2 | Mogano | 46.2 | 25.1 | 3.9 | 2.45 |
| L3 | Douglas | 45.9 | 24.8 | 3.8 | 1.85 |
| L4 | Pioppo | 43.2 | 22.1 | 2.8 | 2.3 |
| P1 | Nylon | 41.9 | 20.8 | 2.4 | 2.9 |
| P2 | PVC | 43.8 | 22.7 | 3.1 | 2.8 |
| P3 | teflon | 40.6 | 19.5 | 1.9 | 2.1 |
| P4 | Plexiglass | 44.2 | 23.1 | 3.2 | 2.7 |
| P5 | PVC nero | 44.4 | 23.3 | 3.3 | 3.4 |
| P6 | Policarbonato | 44.5 | 23.4 | 3.3 | 3 |
| P7 | bachelite | 57.7 | 36.6 | 7.9 | 4.9 |

Tabella 4. Campioni lignei e plastici esaminati col condensatore complanare a spirale

(Coff = 21.1 pF, @ T = 33°, H = 25%).

| campione | | C_m | C_d | ε_r | ε_{rif} |
|-----------------|-------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| M1 | Bianco statuario | 56.7 | 35.6 | 7.6 | 7.1 |
| M2 | Bianco Carrara C | 54.2 | 33.1 | 6.7 | 5.7 |
| M3 | Rosa Portogallo | 57.1 | 36.0 | 7.7 | 6.8 |
| M4 | Botticino classico | 56.8 | 35.7 | 7.6 | 6.6 |
| M5 | Pietra di Trani | 82.7 | 61.6 | 16.7 | 13.8 |
| M6 | Verde Cipollino | 56.0 | 34.9 | 7.3 | 8 |
| M7 | Pietra Serena | 220.3 | 199.2 | 64.9 | 58.2 |
| M8 | Pietra di Cardoso | 59.0 | 37.9 | 8.4 | 9.2 |
| M9 | Verde Aver | 67.9 | 46.8 | 11.5 | 13.7 |
| M10 | Granito grigio Sardegna | 134.5 | 113.4 | 34.8 | 29.9 |
| M11 | Nero Africa Zimbabwe | 70.8 | 49.7 | 12.5 | 9.6 |

Tabella 5. Campioni lapidei esaminati col condensatore complanare a spirale

(Coff = 21.1 pF, @ T = 33°, H = 25%).

Misure mediante condensatore complanare a pettine con supporto rigido in plexiglass

La tabella 6 riporta i risultati delle misure ottenute coi campioni lignei e plastici, la tabella 7 riporta i risultati delle misure ottenute coi campioni lapidei. Nelle tabelle sono riportati i tipi di campioni, i valori di capacità C_m misurati col campione e i valori C_d ottenuti sottraendo dal valore di misura la quantità C_{off} .

Il valore della costante dielettrica del campione è ottenuto usando la relazione:

$$\varepsilon_r = 0.14C_d - 3.27$$

| campione | | C_m | C_d | ε_r | ε_{rif} |
|-----------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| L1 | Abete | 52.6 | 44.3 | 2.9 | 2.9 |
| L2 | Mogano | 55.5 | 47.2 | 3.3 | 2.45 |
| L3 | Douglas | 52.0 | 43.7 | 2.8 | 1.85 |
| L4 | Pioppo | 48.6 | 40.3 | 2.4 | 2.3 |
| P1 | Nylon | 46.2 | 37.9 | 2.0 | 2.9 |
| P2 | PVC | 51.0 | 42.7 | 2.7 | 2.8 |
| P3 | teflon | 44.0 | 35.7 | 1.7 | 2.1 |
| P4 | Plexiglass | 51.5 | 43.2 | 2.8 | 2.7 |
| P5 | PVC nero | 52.0 | 43.7 | 2.9 | 3.4 |
| P6 | Policarbonato | 51.2 | 42.9 | 2.7 | 3 |
| P7 | bachelite | 75.9 | 67.6 | 6.2 | 4.9 |

Tabella 6. Campioni lignei e plastici esaminati col condensatore complanare a pettine con supporto rigido in plexiglass ($C_{off} = 8.3 \text{ pF}$, @ $T = 33^\circ$, $H = 25\%$).

| campione | | C_m | C_d | ε_r | ε_{rif} |
|-----------------|-------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| M1 | Bianco statuario | 76.5 | 68.2 | 6.3 | 7.1 |
| M2 | Bianco Carrara C | 71.9 | 63.6 | 5.6 | 5.7 |
| M3 | Rosa Portogallo | 76.7 | 68.4 | 6.3 | 6.8 |
| M4 | Botticino classico | 76.9 | 68.6 | 6.3 | 6.6 |
| M5 | Pietra di Trani | 106.0 | 97.7 | 10.4 | 13.8 |
| M6 | Verde Cipollino | 77.0 | 68.7 | 6.3 | 8 |
| M7 | Pietra Serena | 255.0 | 246.7 | 31.3 | 58.2 |
| M8 | Pietra di Cardoso | 76.2 | 67.9 | 6.2 | 9.2 |
| M9 | Verde Aver | 96.7 | 88.4 | 9.1 | 13.7 |
| M10 | Granito grigio Sardegna | 154.4 | 146.1 | 17.2 | 29.9 |
| M11 | Nero Africa Zimbabwe | 98.0 | 89.7 | 9.3 | 9.6 |

Tabella 7. Campioni lapidei esaminati col condensatore complanare a pettine con supporto rigido in plexiglass ($C_{off} = 8.3 \text{ pF}$, @ $T = 33^\circ$, $H = 25\%$).

Misure mediante condensatore complanare a pettine con supporto flessibile in silicone

La tabella 8 riporta i risultati delle misure ottenute coi campioni lignei e plastici, la tabella 9 riporta i risultati delle misure ottenute coi campioni lapidei. Nelle tabelle sono riportati i tipi di campioni, i valori di capacità C_m misurati col campione e i valori C_d ottenuti sottraendo dal valore di misura la quantità C_{off} .

Il valore della costante dielettrica del campione è ottenuto usando la relazione:

$$\varepsilon_r = 0.14C_d - 3.22$$

| campione | | C_m | C_d | ε_r | ε_{rif} |
|-----------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| L1 | Abete | | | | 2.9 |
| L2 | Mogano | 59.4 | 51.1 | 3.9 | 2.45 |
| L3 | Douglas | 52.3 | 44 | 2.9 | 1.85 |
| L4 | Pioppo | 49.4 | 41.1 | 2.5 | 2.3 |
| P1 | Nylon | 49.2 | 40.9 | 2.5 | 2.9 |
| P2 | PVC | 52.4 | 44.1 | 3.0 | 2.8 |
| P3 | teflon | 45.2 | 36.9 | 1.9 | 2.1 |
| P4 | Plexiglass | 52.7 | 44.4 | 3.0 | 2.7 |
| P5 | PVC nero | 53.9 | 45.6 | 3.2 | 3.4 |
| P6 | Policarbonato | 49.8 | 41.5 | 2.6 | 3 |
| P7 | bachelite | 72.7 | 64.4 | 5.8 | 4.9 |

Tabella 8. Campioni lignei e plastici esaminati col condensatore complanare con supporto flessibile in silicone ($C_{off} = 8.3$ pF, @ T = 33°, H = 25%).

| campione | | C_m | C_d | ε_r | ε_{rif} |
|-----------------|-------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| M1 | Bianco statuario | 80.1 | 71.8 | 6.8 | 7.1 |
| M2 | Bianco Carrara C | 79.6 | 71.3 | 6.8 | 5.7 |
| M3 | Rosa Portogallo | 83.4 | 75.1 | 7.3 | 6.8 |
| M4 | Botticino classico | 81.8 | 73.5 | 7.1 | 6.6 |
| M5 | Pietra di Trani | 98.3 | 90 | 9.4 | 13.8 |
| M6 | Verde Cipollino | 77.6 | 69.3 | 6.5 | 8 |
| M7 | Pietra Serena | 361 | 352.7 | 46.2 | 58.2 |
| M8 | Pietra di Cardoso | 79.2 | 70.9 | 6.7 | 9.2 |
| M9 | Verde Aver | 93.9 | 85.6 | 8.8 | 13.7 |
| M10 | Granito grigio Sardegna | 134.5 | 126.2 | 14.4 | 29.9 |
| M11 | Nero Africa Zimbabwe | 90.5 | 82.2 | 8.3 | 9.6 |

Tabella 9. Campioni lapidei esaminati col condensatore complanare a pettine con supporto flessibile in silicone ($C_{off} = 8.3$ pF, @ T = 33°, H = 25%).

Discussione

Le figure 8 e 9 riportano i valori di misura della costante dielettrica ottenuti coi quattro tipi di sensori di capacitivi. Per ciascun campione si ottengono valori differenti di misura al variare del tipo di sensore; inoltre, i valori di misura non coincidono in generale coi valori tabulati, assunti come riferimento.

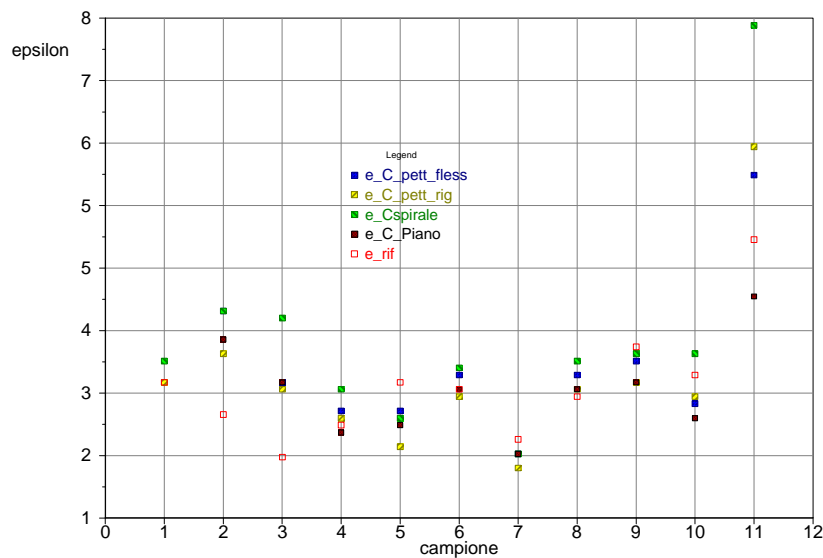


Figura 8. Valori di permittività relativi ai campioni lignei (n. 1÷4) e plastici (n. 5÷11).

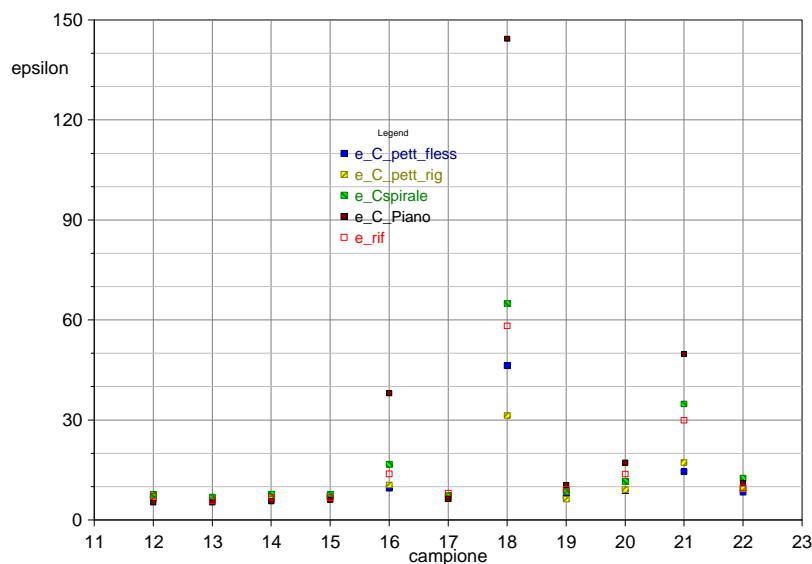


Figura 9. Valori di permittività relativi ai campioni lapidei.

Le figure 10 e 11 riportano le quantificazioni delle suddette differenze. In particolare, in figura 10 è mostrato il diagramma box-whisker ottenuto prendendo le quattro

differenti misure per ciascun campione, mentre in figura 11 sono riportate le variazioni percentuali $v = \frac{\epsilon_{rif} - \epsilon_m}{\epsilon_{rif}} \times 100$, dove ϵ_m è la media dei valori di misura.

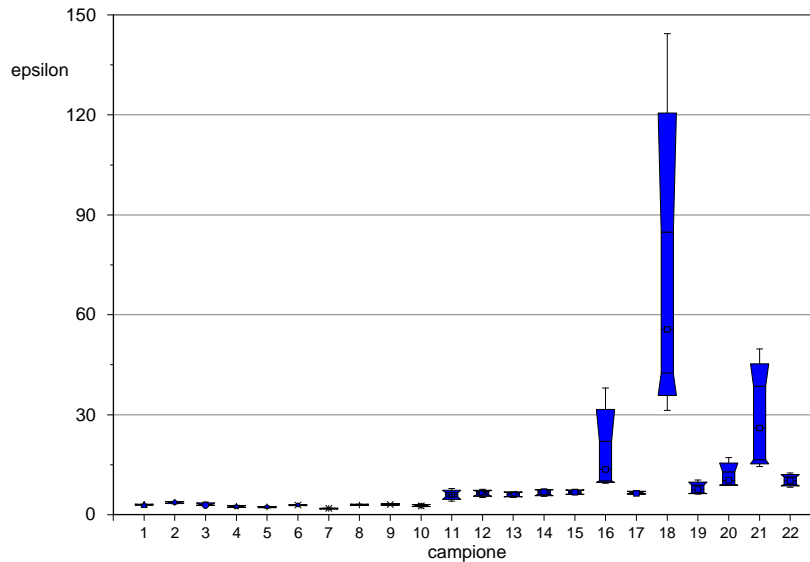


Figura 10. Dispersione dei valori di misura ottenuti coi differenti tipi di condensatori.

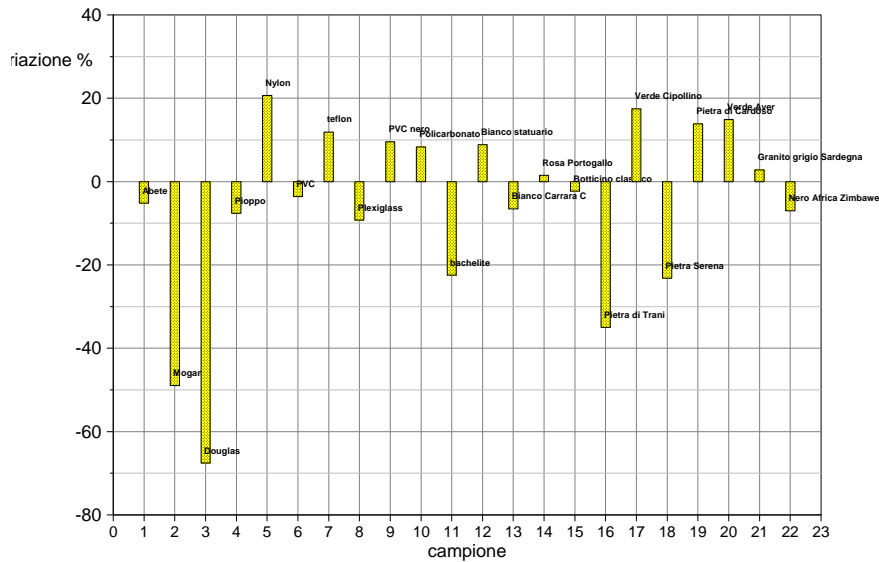


Figura 11. Variazione percentuale tra valori tabulati e valori medi di misura.

La figura 10 mette in evidenza le grosse variazioni ottenute misurando tre campioni lapidei, cioè i n. 16 (Pietra di Trani), 18 (Pietra Serena) e 21 (Granito grigio di Sardegna); le misure ottenute con gli altri campioni lapidei hanno dispersioni più piccole, mentre coi campioni lignei e plastici si sono ottenute dispersioni di misura ancora più contenute.

Questo comportamento può essere imputato al fatto che i sensori hanno differenti caratteristiche di sensibilità. Infatti, col condensatore piano si ha un campo elettrico normale alle armature, che attraversa tutto il campione esaminato ed ha un andamento uniforme (trascurando gli effetti di bordo); invece, coi condensatori complanari si ha un campo che penetra soltanto per alcuni millimetri all'interno del campione, con linee di forza ancora parallele ma con andamento curvo all'interno del campione. Inoltre, nei condensatori a pettine le linee di forza sono parallele lungo la stessa direzione, mentre nel caso del condensatore a spirale le linee di forza hanno direzioni diverse in vari punti del campione. In quando dipendono dalla forma delle armature. Si può quindi presumere che le misure ottenute siano influenzate dalle anisotropie del campione e tendano a differire tanto più quanto più esse sono marcate, come avviene in presenza di fibre (nei campioni lignei e nella bachelite) o di granuli sparsi (in alcuni campioni lapidei).

La figura 11 indica che si hanno variazioni superiori al 40% tra i valori tabulati di costante dielettrica e la media delle misure coi quattro sensori; si hanno variazioni $\geq 20\%$ sia con campioni plastici (nylon e bachelite), sia con campioni lapidei (Pietra di Trani e Pietra serena): con gli altri campioni si hanno variazioni inferiori al 20%.

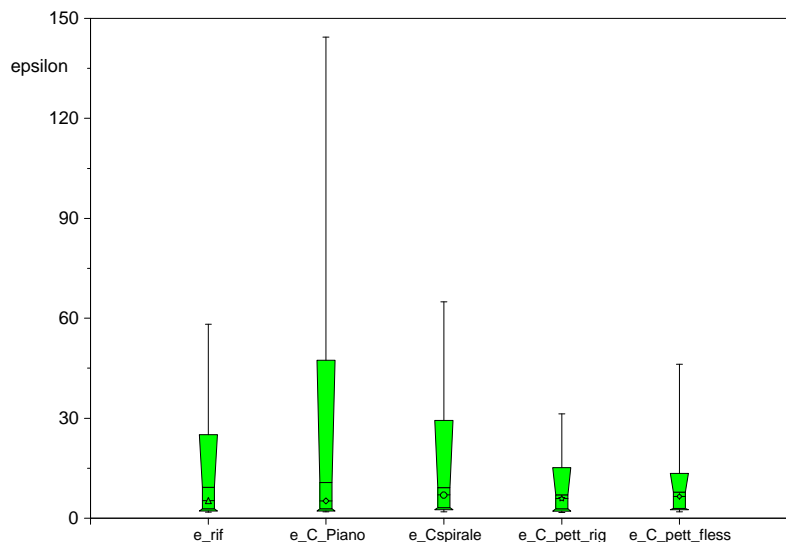


Figura 12. Intervalli dei valori tabulati e dei valori di misura della costante dielettrica.

Per una corretta valutazione di questi risultati si deve tener presente che per alcuni dei materiali esaminati la costante dielettrica è definita non con un singolo valore ma con un intervallo (vedi tabella 1), cosicché si può presumere che l'effettiva variazione percentuale rispetto alle misure sia più piccola di quella indicata; inoltre, si deve considerare il fatto che la percettività tabulata è in generale determinata con campi elettromagnetici a frequenze dell'ordine di 10^6 Hz, e si possono avere differenze quando si lavora con frequenze più basse di qualche ordine di grandezza. Si ricorda infine che i valori di riferimento per i campioni lapidei sono stati ricavati alcuni anni fa

con sensore complanare a spirale, e che nel frattempo possono essere intervenute variazioni delle caratteristiche sia dei campioni, sia del sensore, tali da giustificare i differenti valori di misura ottenuti attualmente.

In conclusione, i differenti tipi di sensori capacitivi presi in esame sono in grado di fornire con una discreta precisione il valore assoluto della costante dielettrica di un materiale, in differenti condizioni di misura. Come si può vedere in figura 12, esaminando lo stesso insieme di campioni, il condensatore piano fornisce un intervallo di valori di misura più ampio di quelli ottenuti coi condensatori complanari; tra questi, i condensatori a pettine forniscono pressoché lo stesso intervallo di valori. Questo comportamento è in accordo con quanto detto in precedenza riguardo all'estensione ed alla struttura del campo elettromagnetico determinato dal sensore all'interno del campione.

Poiché l'obiettivo del progetto consiste nella determinazione di variazioni locali della costante dielettrica di un campione anziché nella determinazione del valore assoluto di essa, si ritiene che questa tecnica d'indagine sia efficace e si giustifica quindi un ulteriore studio per determinare l'effettiva risposta dei sensori in termini di sensibilità e ripetibilità di misura.