

Leonello Tarabella

SiderisVox

una stella nel Battistero di Pisa

concerto per battistero e computer



ISTITUTO DI SCIENZA E TECNOLOGIE
DELL'INFORMAZIONE "A. FAEDO"

Novembre 2006 - S.T.A.R.
Servizio Tecnografico - Area della Ricerca del CNR di Pisa

Nota Interna ISTI-B4-14
www.isti.cnr.it

Indice

Prefazione	7
L'antefatto...	11
Presentazione	13
Siderisvox, il progetto	17
I monumenti parlano di per sé...	21
L'orologio cosmico	29
Il battistero di Deotisalvi	35
Una stella nel Battistero	53
L'acustica del Battistero	79
Siderisvox, la musica	107
Il gioco di incastri	111
Bibliografia	113
Riferimenti biografici	117

Prefazione

di Alessandro Baldassari

Direttore del Centro Studi "Gilberto Guidi" per l'Architettura e l'Urbanistica, Pisa

In quanti modi ci parla un monumento? Nella propria esperienza ciascuno di noi conserva un ricordo speciale, legato ad un edificio storico, che appartiene soltanto a lui, che non è comune ad altri.

Una passeggiata solitaria nel Colosseo, magari, o il tramonto sulla Villa Adriana; la solitudine niente affatto triste provata nel visitare una chiesa romanica, l'eco di un battistero.

E' proprio delle grandi opere di architettura, dell'architettura antica, offrire sensazioni che vanno al di là dell'apprezzamento per un'opera ben costruita e ricca di storia o per le sue qualità funzionali.

Ciascuno di noi si è più volte domandato quale sapienza, quale disegno della volontà sta dietro alle grandi cattedrali, ad un castello, ad un'antica chiesa sperduta nella campagna, quale messaggio – che percepiamo, ma che non sappiamo decifrare – quei costruttori volevano trasmetterci.

Debbo confessare che quando Leonello Tarabella mi mise a parte delle sue ricerche sul Battistero e sulle architetture ad esso collegate

considerai le sue ricerche con grande attenzione ma anche con il sospetto di chi, per i molti anni di attività come restauratore di monumenti antichi, sa bene quanto di incontrollato, se non di casuale, concorra, tra gli altri fattori, alla costruzione di un edificio storico.

I suoi disegni mi fecero però subito tornare alla mente il celebre taccuino di Villard d'Honnecourt, un'opera fondamentale – che l'autore ha realizzato soprattutto per se stesso- per comprendere il modo di pensare e la costruzione dell'immagine di una persona che sia vissuta ed abbia sviluppato la propria esperienza in un periodo che, per nostra comodità, definiamo medievale.

Non svelo qui le analogie tra il taccuino e le ricerche di Leonello Tarabella: chi vuole può andarsi a riguardare quelle pagine fitte di disegni e permettere così al Battistero di offrirgli un'altra occasione di approfondimento.

Certo, per un architetto l'aspetto più sorprendente di tutta questa ricerca non è tanto lo studio iconografico, pure così convincente, o le analogie che un monumento come il Battistero ha con la storia di altri monumenti antichi e nemmeno il suo presentarsi, in qualche modo, sotto mentite spoglie, ma la trasformazione che esso subisce.

Per chi è abituato a considerare il monumento come uno scrigno immobile ricco sì di mille stratificazioni e di opere d'arte e di ingegno significative ma silenti e, in qualche modo, comunque riferibili al mondo del “costruire” e quindi al Regno Minerale, sentirlo fremere e risuonare come uno strumento, anzi, come lo strumento delle stelle, costituisce un'esperienza nuova e straniante, un nuovo modo di sentirlo parlare.

E' un'esperienza che ci arricchisce e che ci aiuta a guardare con occhi nuovi ciò che da tanto tempo sta sotto il nostro sguardo.

Dobbiamo allora essere grati a tutti gli studiosi che ci hanno offerto questa esperienza: la voce del Battistero è anche nella loro voce e continua e continuerà nei secoli ad aprirci porte su un universo sconosciuto e meraviglioso.

...mi dicono che voi siete esperti di acustica e di musica elettronica!

Con queste parole si presentò un giorno di aprile del 1997 nel mio ufficio-laboratorio del CNUCE, lo storico Centro Nazionale Universitario di Calcolo Elettronico di via Santa Maria, un *signore* che dichiarava di avere condotto per molti anni ricerche sulla geometria e sull'acustica interna del Battistero di Pisa.

Quando dopo un paio d'ore di chiacchierata quel signore se ne andò, un collega dell'Istituto mi chiese *cosa fosse venuto a fare il Burgalassi* nel mio laboratorio. "E chi è il Burgalassi?" chiesi. Essendo pisano solo d'adozione (sono nato in Versilia e dopo l'Università mi sono trasferito a Pisa) negli anni che seguirono a questo incontro, ho avuto solo a dolermi di non avere conosciuto prima *Monsignore*, come ero solito poi chiamarlo.

Il contenuto di questa pubblicazione è frutto di tutto quanto Silvano Burgalassi, come Uomo di Studio e di Ricerca prima ancora che come Sacerdote e Accademico, mi ha trasmesso.

Io non voglio dedicare questo lavoro a Silvano Burgalassi, perché questo lavoro è anche suo. Voglio invece ringraziarlo per avermi dato modo di svolgere questa appassionante ricerca sul Battistero.

Il capitolo *I monumenti parlano di per sé* è la trascrizione di una registrazione - di cui tengo con cura l'originale - dell'intervento che Monsignor Burgalassi fece durante una delle tante conferenze che abbiamo tenuto insieme sugli argomenti qui esposti. Ho riportato fedelmente le sue parole senza modificare, aggiungere o togliere alcunché di quanto disse nell'occasione con il suo straordinario modo di parlare.

Presentazione

Questo volume è il risultato del contributo di molte persone che hanno lavorato al progetto Siderisvox. Il progetto è nato dalla ricerca sulla geometria e sull'acustica del Battistero di Pisa promossa da Silvano Burgalassi con la finalità la valorizzazione delle caratteristiche acustiche del monumento.

Nella fase iniziale del progetto si è tenuto conto anche degli studi sulle simmetrie dei monumenti della Piazza dei Miracoli del matematico David Speiser. Dallo studio approfondito degli scritti di Speiser ho scoperto che la *griglia* di riferimento su cui si basa la struttura verticale del Battistero è la *stella pentagona regolare* costruita a partire dalla *sezione aurea*.

Il primo capitolo *Siderisvox, il progetto* illustra la genesi e le varie fasi di indagine necessarie all'impostazione del progetto per la valorizzazione delle caratteristiche acustiche del Battistero così come era nell'animo di Silvano Burgalassi. *Siderisvox*, la voce della stella, è una narrazione simbolica che racconta l'architettura ed il significato religioso del monumento.

Il capitolo *Il Battistero di Deotisalvi* è della D.ssa Laura Benassi, docente di storia dell'architettura medievale presso il Dipartimento di Storia delle Arti dell'Università di Pisa e racconta la storia del monumento in relazione all'epoca della sua progettazione. Laura Benassi si è laureata con una tesi sul Battistero di Pisa ed ha pubblicato con il Prof. Pierotti il volume *Deotisalvi, l'Architetto del secolo d'oro*[1]. Studiosa della storia delle tecniche costruttive usate nel medioevo, Laura Benassi sottolinea qui le relazioni tra l'architettura e l'astronomia e la straordinaria figura di Deotisalvi.

Il capitolo *Una stella nel Battistero* illustra nel dettaglio in quale modo la stella pentagona regolare è la griglia di riferimento per il disegno dell'alzato del Battistero così come l'ho scoperto ed esposto in numerose conferenze tenute assieme a Mons. Burgalassi e la D.ssa Benassi a livello locale, nazionale e internazionale.

Nel capitolo *L'acustica del Battistero* riporto le fasi ed i risultati delle ricerche acustiche che ho eseguito all'interno del monumento con la strumentazione ed i sistemi dei nostri Istituti del CNR (gli originari Istituti CNUCE ed IEI fusi poi nell'attuale I.S.T.I.) assieme al Dr. Graziano Bertini e al Dr. Massimo Magrini, esperti di acustica musicale.

Le ricerche sull'acustica del Battistero proseguirono poi in collaborazione del Laboratorio del CNR di Acustica Musicale e Architettura della Fondazione CINI, Scuola di San Giorgio di Venezia. I colleghi della Fondazione Cini di Venezia, Dr. Domenico Stanzial, Dr. Stefano Bonsi e Ing. Diego Gonzales, esperti del settore ed equipaggiati di adeguati sistemi per le misure acustiche di

Monumenti e Teatri, eseguirono l'indagine acustica fornendocene poi i risultati che qui riporto insieme ai nostri.

L'ultimo capitolo del libro *Siderisvox, la musica* riguarda la descrizione dell'opera musicale così come la pensai insieme a Silvano Burgalassi.

Siderisvox è stata eseguita in 12 repliche alla presenza di 200-250 spettatori per volta (per non alterare l'acustica del Battistero) nelle serate del 23 e 24 giugno 2006 (S.Giovanni Battista).

La *stella del Battistero* è stata riportata sul libro di Piero Pierotti e Laura Benassi: *Deotisalvi, l'Architetto del secolo d'oro* (Pacini Editore, 2001). Pubblicato anche sulla pagina Cultura&Spettacoli del quotidiano *Il Tirreno* (28/5/1999 - 21/1/2001) e in seguito su *Ricerca e Futuro* : rivista Mensile di informazione a cura del C.N.R., Vol. 28 (2003), pp. 29-32, l'idea stella del Battistero e quella di usare il Battistero come strumento musicale rimbalzarono a suo tempo sul *Corriere della Sera*, *L'Espresso*, *The Times*, *The Guardian*, *Herald Tribune*, e altri quotidiani italiani.

SiderisVOX, il progetto

E' noto che il Battistero di Pisa presenta un'acustica d'ambiente con echi e riverberi molto particolari. Questo comportamento acustico, assieme alla geometria interna ed esterna così piena di suggestioni astronomiche, temporali e spirituali, ha suggerito la realizzazione di una composizione musicale ad hoc cui dare vita con sistemi elettronici computerizzati per valorizzarne le caratteristiche acustiche attraverso una sorta di *affresco sonoro*.

Originariamente il Battistero era aperto in alto nella parte centrale della cupola a tronco di cono per raccogliere l'acqua piovana nel fonte battesimale al centro del pavimento. In seguito, sull'apertura in alto fu edificato un cupolino.

La chiusura creò di fatto una nuova configurazione volumetrica (cilindro + tronco di piramide dodecaedra + semisfera) che dette vita ad un gioco di echi e di riverberi peculiari per cui un suono emesso all'interno del Battistero perdura per circa 15 secondi prima di estinguersi. Per questo motivo il Battistero si comporta come un particolarissimo sistema di accumulo di suoni.

Il progetto Siderisvox consiste nella valorizzazione delle caratteristiche acustiche riverberanti del Battistero di Pisa. La particolarità di questa composizione musicale sta nel fatto che il Battistero non viene considerato *luogo* di esecuzione musicale ma piuttosto *strumento* per eseguire il brano musicale.

Sulla base di risultati emersi dallo studio sperimentale e di simulazione delle risposte a sollecitazioni acustiche del Battistero, è stata progettata una composizione musicale elettro-acustica dove lo *strumento musicale battistero* racconta il *monumento battistero* esaltandone il significato storico, architettonico e religioso. Non si tratta perciò di diffondere musica in un ambiente ma piuttosto di usare l'ambiente stesso per generare musica.

Come una corda tesa diventa liuto, chitarra, violino o pianoforte, o come un tubo diviene flauto, clarinetto o canna d'organo quando le particelle d'aria in essi contenute vengono opportunamente eccitate e messe in movimento, così il Battistero, eccitato acusticamente con strumentazione elettronica, in base alle sue caratteristiche timbrico-acustiche diventa esso stesso strumento musicale.

Supporto vitale alla realizzazione del progetto è infatti la tecnologia elettroacustica. Si è trattato perciò di condurre una ricerca sulle caratteristiche acustiche dell'interno del monumento attraverso accurate misurazioni della risposta a suoni di altezza frequenziale di

tutta la gamma acustica generati da posizioni diverse e con intensità e timbriche diverse.

E' stato seguito un preciso percorso di indagine che ha richiesto la presenza all'interno del Battistero di ricercatori del CNR esperti di acustica ed il lavoro di elaborazione dei dati raccolti per la progettazione della composizione dal punto di vista del contenuto musicale in sé e dei dispositivi elettronici necessari all'esecuzione.

Il concerto-installazione consiste nella collocazione non invasiva all'interno del Battistero di alcuni diffusori acustici amplificati che emettono suoni di varia natura sotto il controllo del computer che, utilizzando le caratteristiche acustiche riverberanti del monumento, danno vita alla composizione musicale.

In origine il progetto era stato titolato *23 gradi e mezzo* in relazione all'inclinazione dell'asse di rotazione terrestre rispetto al piano dell'eclittica che fa della Piazza dei Miracoli l'orologio cosmico raccontato da Silvano Burgalassi. Più tardi, in riferimento alla scoperta della stella pentagona regolare, ho ritenuto opportuno cambiare il titolo in *Siderisvox* che più si addice alla suggestione dell'acustica e della geometria del monumento.

Il contenuto della composizione musicale progettata, è in linea con il significato religioso del monumento stesso, con la geometria raccontata dalla sezione aurea e dalla stella pentagona.

Siderisvox è la voce della stella del Battistero di Pisa.

I monumenti parlano di per sé

Silvano Burgalassi

I monumenti parlano di per sé... perché ci sono. Di fronte alla Cattedrale ed al Battistero c'è poco da dire perché il disegno originario, i significati che volevano suggerire e i percorsi anche intellettuali che volevano indicare, non li conosciamo. Possiamo soltanto supporli e quindi se me ne si chiedessero le prove e mi si chiedesse di giurare su quello che dico, giurerei con il beneficio di inventario dicendo: *molte sono congetture, molte sono ipotesi, ipotesi abbastanza ragionevoli*. Ma per averne la sicurezza dovremmo noi chiamare qui Deotisalvi chiedendogli: *quello che diciamo noi, lo pensavi anche te?* Probabilmente non lo aveva pensato, ma sappiamo che il ruolo degli studiosi è quello di far dire alle persone che non ci sono più anche quello che non hanno mai detto.

Le opere ci sono non soltanto per quello che diceva l'autore ma anche per quelli che rileggono le opere. Di fronte al Battistero qualunque cosa abbia voluto dire Deotisalvi, chi lo analizza e lo osserva attentamente dice delle cose proprie, ne rileva delle soluzioni e dei significati cui forse l'Autore non aveva pensato. Ma è proprio dell'opera d'arte stimolare anche pensieri nuovi.

I problemi che ci poniamo noi oggi probabilmente nel secolo XI e XII non c'erano. C'erano altri problemi.

Il Battistero di Pisa ha collocazione territoriale molto particolare. Credo che esistano poche piazze al mondo che racchiudono monumenti così numerosi e diversi tra loro. Perché noi abbiamo una piazza che sembra ideata da un autore solo anche se ha richiesto tre o quattro secoli per essere compita. Sembrerebbe che alla base ci fosse stato un disegno unitario. Non lo sappiamo. Forse c'era e non lo conosciamo o forse quelli che son venuti dopo si sono fatti influenzare da quello che c'era prima nell'operare per essere stilisticamente coerenti con i significati. Fatto sta che la Piazza dei Miracoli, non a caso *dei Miracoli* (il nome glielo ha dato D'Annunzio) è una piazza che racchiude almeno quattro se non cinque monumenti ciascuno dei quali avrebbe bisogno di molto spazio e tempo per essere raccontati a dovere.

C'è una Cattedrale che quando fu costruita sembra che fosse la più lunga del mondo; c'è un Battistero che anche oggi è il più grande del mondo; c'è un Campanile che lo conoscono anche le persone non acculturate; c'è un Camposanto che pochi conoscono e che secondo me è uno dei monumenti più importanti della Piazza.

Io ci vado spesso perché è quello che mi piace di più... perché è il meno prepotente di tutti e parla di un problema, la Morte, che lì dentro si vede affrontare serenamente... perché è come uno scrigno d'avorio che, nell'ipotesi, conservava i corpi nell'eternità.

Era fatto per questo.

Addirittura conteneva della terra che fu portata da galee pisane e che si diceva – nelle guide pisane che risalgono a quaranta/cinquanta anni fa si dice ancora – era capace di consumare in quarantott'ore qualunque corpo ivi seppellito.

E poi c'è anche l'ospedale di papa Alessandro.

Quella piazza, se non ha avuto un ideatore unico, ha però avuto delle menti eccellenti capaci di ideare in quattro secoli delle cose che si intersecano coerentemente l'una coll'altra. E poi è una piazza che è perfettamente orientata.

Anche i Romani conoscevano bene l'orientazione degli edifici: basta leggere Vitruvio per questo. Infatti quando io ho tentato di verificare quanto si scosta la facciata del Duomo di Pisa – dico del Duomo perché poi tutto è riferito alla facciata – rispetto all'allineamento del mezzogiorno Nord-Sud, insieme ai miei amici dell'Istituto di Topografia dell'Università di Pisa ho trovato che in 25 metri si scostava meno di 2 centimetri. C'è da domandarsi come facessero a quell'epoca a essere così precisi con strumenti che non sono neanche paragonabili agli strumenti di oggi.

Questo allineamento Est-Ovest-Nord-Sud con tutte le porte rivolte a oriente o a occidente -le porte principali della cattedrale e le porte principali del Battistero- a parte il simbolismo che hanno, ha il significato di scandire le ore, perché quei monumenti non erano soltanto monumenti rituali ma erano anche calendario. In qualche maniera scandivano il tempo: il tempo profano, quello che Le Goff chiama il *tempo del mercante*, ed il tempo sacro del Santorale pisano, quello che Le Goff chiama il *tempo della Chiesa*.

Allora, questa orientazione così perfetta fa sì che la piazza, anche se noi non sappiamo più leggerla in quella maniera, si considera e funge da Orologio Cosmico. Probabilmente dal 1063, data della posa della prima pietra della cattedrale, ad oggi sono cambiate parecchie cose ma sicuramente tra queste è cambiato anche il calendario. Perché nel 1593, il 21 dicembre che è Santa Lucia e

dovrebbe essere *il giorno più corto che ci sia*, si era spostato al 13 dicembre a causa di quel movimento della Terra noto come *precezione degli equinozi*.

Non era più vero nel 1593 ma era vero allora tantoché il papa dovette imporre che, per una volta, il 4 di ottobre diventasse il 15 di ottobre facendo sì che i vespri di San Francesco diventassero i primi vespri di una festa di Santi Martiri, in modo da riequilibrare, di rimettere al passo il calendario con la posizione reale del sole nell'arco dell'anno.

Questo cambiamento certamente ha influito sul fatto che i monumenti hanno funzione di calendario e scandiscono il tempo. Così ad esempio quell'ovulo che è dentro il duomo e che il 25 di marzo il sole colpisce a mezzogiorno e ci autorizza a proclamare l'inizio dell'anno pisano, non era lì dov'è ora dove fu messo nel 1893 quando nel Regno d'Italia si uniformò il riferimento all'ora. Perciò lo gnomone che prima indicava l'inizio dell'anno che probabilmente prima era sul pavimento di fronte all'altare maggiore si dovette spostare a quell'ovulo che è in alto sopra il pulpito di Giovanni Pisano.

Quindi tutti i monumenti della piazza sono calibrati col Tempo. Io mi sono divertito per molti anni a vedere quali potevano essere i segni orari. E ne ho trovati diversi. Naturalmente col senno di poi perché non ho trovato da nessuna parte delle memorie storiche che i Pisani leggessero il Tempo in quella maniera come l'ho letto io. Ma le mie ipotesi sono abbastanza plausibili.

Quei monumenti sono collocati in modo astronomicamente perfetto e anche il Battistero che nel complesso è situato davanti alla Cattedrale, a Pisa ha lo stesso allineamento. A Pisa, in molte altre parti no: a Pistoia non ce l'ha, a Volterra ce l'ha solo in parte, in molte città il battistero è una costruzione a sé. Probabilmente era a sé anche il vecchio Battistero di Pisa che è stato ritrovato scavando nel camposanto vecchio, di fronte alla vecchia cattedrale che non si

sa bene dove fosse con precisione ma che però certamente era dislocato in senso ortogonale e non in senso parallelo.

Comunque, il Battistero, per chi lo analizza a freddo, dà l'impressione di un osservatorio astronomico a porte e finestre aperte perché quella composizione di solidi geometrici che parte da un dodecaedro, poi si innalza su un cilindro, poi si restringe con un altro cilindro su cui si innesta un tronco di cono che finisce con una cuspidè, perché quell'edificio che ha dodici colonne, dodici finestre... ha tutte le caratteristiche per essere un osservatorio astronomico.

Probabilmente era pensato anche per quello anche se non abbiamo nessuno documento che ce lo dice, ma la sua posizione e la sua conformazione fanno pensare che il Battistero fosse insieme al Duomo capace di scandire per lo meno l'inizio dei tempi sacri come l'Avvento e la Quaresima rispetto all'anno normale. Fatto sta che quel Battistero è tutto da scoprire. E' un Battistero *suis generis* che intanto è il più grande del mondo. Io mi domando come abbia fatto una città come Pisa, che all'epoca non superava i 40.000 abitanti e con il contado arrivava sì e no a 150.000 abitanti, a costruire quei monumenti che hanno richiesto 3 o 400 anni di lavoro, migliaia di persone a lavorare, mezzi e spese enormi e soprattutto menti inventive e creative straordinarie.

Forse noi oggi non saremmo capaci di fare cose simili, ma non perché ci manchino i mezzi, ma perché ci manca quell'ispirazione che allora c'era. Perché quelli che hanno costruito quei monumenti sapevano a cosa servivano e sapevano che ne avrebbero goduto i loro nipoti e i nipoti dei loro nipoti.

Io ho letto alcune pagine che si conservano nell'Archivio Capitolare, famiglie intere s'erano votate a lavorare all'Opera del Duomo *per un piatto di minestra al giorno*. E c'è da meravigliarsi delle tecniche che avevano inventato, e che noi non conosciamo, per portare i marmi e le campane a quelle altezze da terra.

A questo proposito Busketo dice che *ciò che a fatica avrebbero potuto alzare dieci o venti paia di bovi, lo potevano alzare dodici fanciulle con un dito*. Il che vuol dire che i pisani la tecnica l'avevano decisamente approfondita e sviluppata..

Ma il Battistero, oltre che una funzione calendariale, aveva ovviamente quella più importante del battezzare: il Pisano diventava cittadino pisano all'atto del battesimo nel Battistero di Pisa. Non c'era altro modo. Quando diventava grande si iscriveva anche ai dazi e alle tasse, ma la cittadinanza pisana l'acquistava solo col battesimo *nel* Battistero di Pisa per cui anche i nobili che risiedevano intorno a Pisa, i figlioli li battezzavano in Battistero perché il Battistero conteneva l'identità pisana. Chi si battezzava nel Battistero si sentiva Pisano.

La città di Pisa aveva creato questi grandi monumenti per usarli e forse - e questa è una mia ipotesi - per farli usare anche da altri. Io penso che i pisani, che in alcuni periodi era molto amici dei papi (in altri un po' meno) in quei periodi in cui erano amici dei papi avessero pensato *prima o dopo il papa deve venire a Pisa*. Infatti si fece un Concilio per l'eventualità... ma poi sopravvenne Avignone e le cose sono andate come sappiamo e l'ipotesi di portare il papa a Pisa fu abbandonata. E da quel momento in poi, dopo la fine di Enrico VII, Pisa decadde e oggi faticosamente recuperiamo quello che la politica fiorentina si era proposta di fare a livello architettonico ed ecclesiastico e cioè di decapitare Pisa e renderla innocua. Pisa a quei tempi era proclamata la *Città più bella del Mondo*, e i Fiorentini fecero di tutto perché non fosse più così.

Dunque, il Battistero aveva una funzione anche battesimale: e il battesimo si fa coll'acqua e qualcuno pensa persino che il Battistero non avesse la copertura che ha ora e che dall'apertura in alto l'acqua dal cielo potesse cadere direttamente nella fonte battesimale posta in basso al centro del Battistero. La vasca battesimale di forma ottagonale è abbastanza grande e l'acqua che poteva cadere fuori

della vasca veniva raccolta al bordo della base perché il pavimento è fatto a scendere.

Tutto questo fa parte di ipotesi ma ipotesi plausibili perché nell'atto del battesimo l'acqua caduta dall'alto nella vasca battesimale era in sintonia con il processo del battesimo che è l'atto di rigenerazione. Il cristiano viene lavato dal peccato originale e diventa una persona totalmente nuova: è un bagno salutare. Allora l'acqua che scende è un'immagine emotiva e suggestiva rinforzata dall'eco che è una caratteristica peculiare del Battistero di Pisa che è fatto in modo – e chi lo ha costruito lo sapeva certamente – che un qualunque suono musicale venga emesso lì dentro, viene mantenuto da una risonanza che dura non meno di 8 secondi.

La domanda che ora mi pongo è: chi ha progettato il Battistero in quella maniera sapeva che l'eco che ne sarebbe risultata non permetteva di cantare nulla senza che il risultato fosse una grande confusione che derivava dalla sovrapposizione di tante note lunghe. L'unico canto che si può fare in Battistero è il cosiddetto canto fermo e cioè con delle pause lunghe otto secondi in modo che la fine di un versetto cantato coincida con l'inizio del successivo. Ma otto secondi sono parecchio ed un canto che ha pause così lunghe torna male.

Allora si potrebbero pensare altre cose: il Battistero ha tre gradini circolari alla base della circonferenza interna che possono ospitare circa seicento persone che smorzano considerevolmente l'eco.

Dunque o era fatto per cerimonie che avevano almeno seicento persone, per cui le parole del celebrante e quelle del coro erano ben intelligibili, oppure il Battistero nel quale non si può cantare deve essere definito per lo meno *un po' particolare*. Siccome le cose particolari sono fatte con intelligenza, c'è anche da pensare che il Battistero sia stato fatto con uno scopo preciso. E lo scopo o era quello di cantarci salmodie particolari o quello di prevedere la presenza di almeno seicento persone.

E proprio per cercare di capire questa cosa stiamo conducendo delle indagini sull'acustica del Battistero. C'è poi il problema della geometria solida che sta alla base della costruzione del Battistero.

Ma, al di là delle bellezze di tutto il complesso architettonico come gioco di volumi e decorazioni fino alle più piccole pietruzze, il messaggio che tutta la piazza trasmette è profondo perché lì c'è scandita in modo semplice e preciso la vita dell'Uomo.

C'è il Battistero che simboleggia la nascita con l'atto del battesimo; poi c'è un percorso lastricato che ci conduce alla Cattedrale dove si svolge la vita del cristiano con i riti domenicali ed al suono delle campane del Campanile che scandisce le ore del giorno con i tempi sacri, i tempi profani, i tempi del lutto e i tempi del pericolo. Poi di lato c'è l'Ospedale, perché ci si ammala e poi dall'altro lato c'è il Camposanto perché il destino dell'uomo è quello di nascere e poi quello di morire.

E' un destino amaro quello di morire perché noi saremmo, secondo me, portati alla vita. Noi abbiamo dentro un'ansia per vivere. La morte per me è una tragedia antropologica prima ancora che religiosa o filosofica.

Noi siamo nati geneticamente per vivere. E la Religione dà la risposta al senso che ha il vivere e al senso che ha la Morte ...e il dopo Morte.

A qualunque cosa ciascuno di noi creda, i termini sono ineludibili: perciò c'è solo da pensare a come vivere e c'è da pensare a come morire e a come sopravvivere... in parte... con la memoria che noi lasciamo attraverso le opere e con tutto quello che facciamo.

L'orologio cosmico

Fino a poco tempo fa, quando l'elettronica e la meccanica non facevano parte della vita quotidiana e non esistevano perciò orologi e calendari automatici, la vita dell'uomo era regolata dal sorgere e dal tramontare del sole e dall'alternarsi delle stagioni.

In una collettività organizzata esisteva comunque la necessità di misurare il giorno e l'anno con una precisione migliore di quella più istintiva e grossolana di *mattina-giorno-sera-notte* e *primavera-estate-autunno-inverno*, per regolare e cadenzare soprattutto la vita delle città.

Le civiltà di tutti i tempi e di tutti i luoghi della Terra hanno costruito orologi e calendari naturali basati sulla posizione giornaliera ed annuale del sole e della luna: la semplice meridiana diventa perciò piramide in Egitto o Stonehenge in Inghilterra e queste costruzioni risultano essere *specchio* in terra di ciò che accade nel più grande contesto astrale[2].

Nelle civiltà contemporanee esiste, di massima, una suddivisione delle varie attività e competenze: il sapere scientifico è di pertinenza delle Università e degli altri Centri di Ricerca; l'anagrafe e la vita civile di pertinenza delle amministrazioni pubbliche; etc.

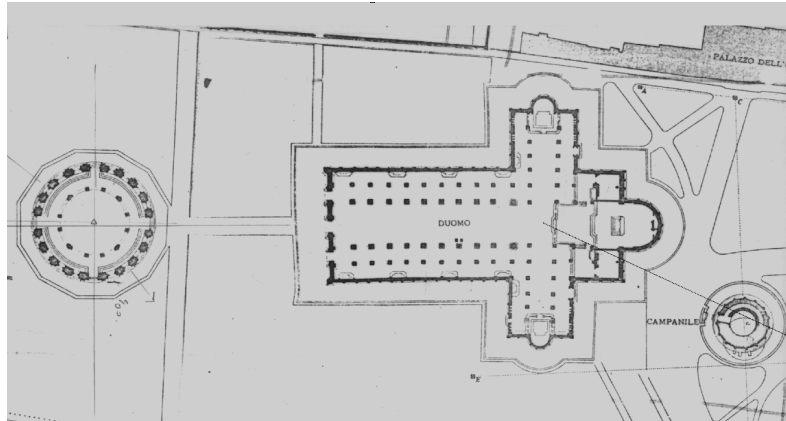
Ma un tempo (e tutto sommato fino *a ieri*) nelle Istituzioni religiose si assommavano sia le attività culturali sia quelle sociali per cui vita civile e religiosa coesistevano in armonia col naturale trascorrere del giorno e l'alternarsi delle stagioni: e proprio per questo, le feste religiose si intercalavano felicemente con gli obblighi del lavoro dei campi come preghiera o ringraziamento al Signore di un buon raccolto [3].

Ancora oggi, specialmente in alcune regioni meridionali dell'Italia, si usano i santi del calendario per indicare giorni particolari dell'anno così come a livello internazionale si dice "*a Natale*" intendendo il 25° giorno del 12° mese dell'anno.

Ecco dunque che la chiesa, nel senso specifico di edificio murario, oltre ad essere luogo di preghiera, era non di rado anche *calendario* ed *orologio* con progetto basato sulle osservazioni dei movimenti del sole e della luna sia per iniziare e sospendere il lavoro nei campi sia per decidere nelle varie stagioni l'inizio delle diverse fasi agricole.

La Piazza dei Miracoli è uno straordinario esempio di calendario astronomico ed orologio cosmico[4]: l'asse Duomo-Battistero, è perfettamente allineato con i punti cardinali Est-Ovest, e perciò la facciata del Duomo (ad angolo retto con questo asse) è in linea con l'asse Nord-Sud. Questo significa che a mezzogiorno di qualunque

stagione dell'anno l'ombra del Duomo verso il Cimitero monumentale è in linea con la facciata del Duomo stesso, cioè la facciata non fa ombra alcuna.



La Torre, o meglio il Campanile, che nel complesso aveva la funzione di *comunicatore delle ore con il rintocco delle campane*, è spostato dall'asse Est-Ovest rispetto alla cupola del Duomo di circa 23 gradi e, molto probabilmente, indica il punto del sorgere del sole al solstizio di inverno, 4 giorni prima di Natale.

Il Battistero è a pianta circolare con quattro portoni rivolti ciascuno verso i punti cardinali Est-Sud-Ovest-Nord: quella ad Est guarda la facciata del Duomo.

La Piazza dei Miracoli, oltre ad essere capolavoro di arte romanica e grande opera di pietà e devozione religiosa, fu dunque anche strumento di misura del tempo all'interno dell'anno solare e calendario astronomico di effettivo uso pratico atto a regolare la vita quotidiana dell'uomo delle epoche passate[5].

La scienza e la tecnologia della nostra epoca hanno reso obsoleto il funzionamento di questa meravigliosa macchina marcatempo,

peraltro ancora perfettamente funzionante, ancorché la Riforma gregoriana del 1582 abbia *spostato* i termini di riferimento in rapporto alla data astronomica.

Eppure, come il sole viene oscurato dalle nuvole che egli stesso genera riscaldando l'acqua sulla superficie terrestre, l'utilizzo pratico di marcatempo solare della Piazza dei Miracoli è andato dimenticato a causa dei risultati tecnologici frutto del pensiero scientifico moderno nato proprio lì dai due episodi legati alla persona di Galileo: la caduta dei gravi dalla Torre e le oscillazioni isocrone del lampadario del Duomo (1580-1592).

Il mondo moderno ha risolto i problemi principali dell'alimentazione, dei trasporti, dell'energia e della comunicazione; e non importa dire qui come ciò sia avvenuto. Il fatto è che tutte le funzioni di regolamentazione della vita che la Piazza dei Miracoli come orologio cosmico aveva, sono andate dimenticate e diventate obsolete: sia perché ormai esistono strumenti di misura molto più precisi ed alla portata di tutti, sia perché ora c'è tutta un'altra tipologia di scansione del quotidiano.

Sicuramente molti altri monumenti in altre parti del Pianeta sono stati costruiti con gli stessi scopi e con le stesse funzionalità. Del resto la Terra è sferica, ruota su se stessa ed intorno al Sole e quindi il gioco delle ombre è sempre *quello*. Dovunque. E dipende solo dall'ora e dalla stagione, che è proprio ciò di cui si voleva avere informazione.

Ma la Piazza dei Miracoli ha una particolarità storica che la rende unica e che evoca suggestioni di non poco rilievo. È nella Piazza dei Miracoli che Galileo condusse l'esperimento per rivelare la legge dell'accelerazione di gravità, primo passo verso la formulazione della legge della gravitazione universale. È nel Duomo della Piazza dei Miracoli che Galileo osservò che oscillare in maniera isocrona, si dice dopo essere stato urtato col bastone accendilumi dal sagrestano o in seguito ad una piccola scossa di terremoto.

Questi due episodi, che siano reali o frutto della fantasia dei posteri, sono stati fondamentali nel dare il via al metodo di indagine scientifica su cui si è andato costruendo poi il mondo moderno. C'è un'osservazione da fare a proposito di come Galileo operò per mettere a punto i suoi esperimenti e per formalizzare i fenomeni naturali: sia nel caso della caduta dei gravi che rispondono all'accelerazione di gravità, sia nel caso delle oscillazioni isocrone del lampadario, Galileo, figlio del musicista Vincenzo ed egli stesso avviato agli studi musicali, usò il suo sapere musicale.

Il piano inclinato costituisce in realtà un geniale espediente per osservare *al rallentatore* il fenomeno della caduta al suolo di un oggetto: infatti, mentre è quasi impossibile percepire ad occhio nudo il moto a velocità crescente di un oggetto lasciato cadere liberamente verso terra, è invece immediato ravvisare il progressivo aumentare della velocità, e cioè l'accelerazione, di una sfera che rotola su un piano inclinato. Se si mettono delle tacche a distanze regolari sul piano inclinato, il fenomeno dell'accelerazione viene percepito anche acusticamente con una sensazione di ritmo accelerante, come succede in treno subito dopo la partenza.

Ebbene, Galileo pose le tacche sul piano inclinato a distanze sempre crescenti in modo che il ritmo generato dalla sfera rotolante risultasse uniforme. Per *misurare* l'uniformità ritmica Galileo ricorse ai battiti del polso ma, soprattutto, al suo senso musicale (le tacche erano in realtà corde tese o campanelle, intonate sulle prime note di una melodia composta dal padre).

Galileo notò anche che la scala delle tacche (e cioè l'accelerazione) variava con distanze proporzionali alla successione 1-4-9-16.., e cioè in modo quadratico (d^2 , d^2 , d^3 , d^4 ...), in relazione all'angolo di inclinazione del piano misurato come rapporto tra la lunghezza dell'alzo e la lunghezza del piano di rotolamento stesso: come entità trigonometrica sappiamo che questo rapporto è detto *seno*

dell'angolo del piano inclinato e che le distanze rispondono all'equazione del moto uniformemente accelerato.

Galileo osservò che il lampadario del Duomo oscillava in modo uniforme e per verificarne l'isocronicità ricorse ancora ai battiti del polso e al suo senso ritmico musicale; sperimentò poi che il periodo di oscillazione dipende, entro certi limiti, dalla lunghezza del pendolo e non dal peso né dall'ampiezza dell'oscillazione stessa.

Il periodo di oscillazione di un pendolo è dato da $2\pi\sqrt{L/g}$ dove L è la lunghezza del pendolo e g è l'accelerazione di gravità terrestre e cioè $9,8\text{m/s}^2$. Il lampadario del Duomo di Pisa è sorretto da un canapo ancorato al soffitto della navata centrale che in quel punto è alto 28,48 metri ed è sollevato dal pavimento di 5,60 metri. In teoria $L \approx 23$ metri e quindi il periodo di oscillazione è ≈ 10 secondi.

In realtà L deve essere la distanza tra il fulcro del pendolo e il centro di massa del sistema corda+lampadario; ma siccome la massa di un canapo di 23 metri di lunghezza e del diametro di 4 centimetri è paragonabile a quella del lampadario stesso, il centro di massa è sicuramente più alto. Comunque, anche se il centro di massa fosse 6-7 metri più in sù, il periodo di oscillazione (l'ampiezza dell'oscillazione è di pochi gradi e quindi si può pensare ad un corpo rigido) si abbasserebbe di 1 solo secondo.

L'interessante è perciò osservare che il periodo di oscillazione è di un ordine di grandezza superiore al battito cardiaco tipico di una persona adulta e sana che mediamente è di 1 secondo. E' perciò plausibile pensare che Galileo abbia misurato *in numero di pulsazioni carpalì* il periodo di oscillazione della lampada con sufficiente precisione per dedurne la regolarità.

E' *emozionante* anche solo immaginare l'*emozione* che Galileo deve aver provato nello scoprire tutto ciò: come se la parola e la firma del Creatore fosse arrivata scritta in *caratteri* matematici direttamente a lui per tutti gli uomini della Terra, senza bisogno di *media* fisici e/o di una specifica lingua di riferimento....

Il Battistero di Deotisalvi

Laura Benassi

Deotisalvi fu l'architetto pisano del secolo d'oro: il XII secolo, periodo di grande rinnovamento per la Chiesa non soltanto dal punto di vista religioso, programmatico, ideologico, ma anche dal punto di vista di immagine e di immagine architettonica. I frequenti contatti commerciali dei pisani con il mondo mediterraneo e una certa intelligenza costruttiva che si era preservata fin dall'antichità resero Pisa una delle scuole architettoniche di riferimento.

La straordinaria capacità di questa città di allacciare relazioni con popolazioni diverse per cultura e religione la spinsero a scegliere due architetti di origine orientale per costruire gli edifici più importanti della città: Busketo che nel 1064 inaugurò il cantiere della piazza costruendo la cattedrale e impostandola come un tempio greco, Deotisalvi che nel 1152 progettò il battistero e ripensò la piazza, modellandola sulla spianata del Tempio di Gerusalemme. Della loro formazione e della loro identità si conosce ben poco. Quello che sappiamo lo dobbiamo solo a delle epigrafi apposte sulle loro opere.

Sappiamo che erano figure straordinariamente preparate, architetti con capacità ingegneristiche, *magistri* dottissimi che seppero rinnovare il linguaggio architettonico locale attraverso l'introduzione di sapienti tecniche.

In ogni tempo e ad ogni latitudine le popolazioni hanno guardato ai fenomeni celesti come segni del *divino*. Vi sono forme, simboli, colori, numeri che ovunque hanno assunto la funzione di archetipo, cioè di messaggio inconscio che appartiene al patrimonio delle conoscenze[6]. L'uovo, l'acqua, l'albero, il cerchio, il serpente sono soltanto alcuni degli archetipi a cui hanno creduto popolazioni molto distanti tra loro, nel tempo e nello spazio. Il cielo, con i suoi fenomeni più visibili, ha suggerito e condizionato alcune attività dell'uomo. Ad esempio, le fasi lunari furono inizialmente utilizzate per scandire e misurare il tempo.

La percezione ed il calcolo del tempo veniva attraverso fenomeni che si ripetevano come il trascorrere delle stagioni, il passare del giorno e della notte, le cadenze del lavoro agricolo. Questi elementi furono nel medioevo rappresentati nelle sculture che decoravano le porte delle cattedrali e dei battisteri.

Fin dall'antichità l'astronomia fu inserita tra le discipline del quadrivio, insieme alla musica, all'aritmetica e alla geometria. Osservato il cielo e data la giusta disposizione alle strutture, la progettazione architettonica si articolava in operazioni di tipo geometrico e numerico: con semplici strumenti era possibile ideare edifici che avessero forme precise basate su una numerologia e una simbologia significative. Anche la musica fu inserita nel quadrivio perché strettamente collegata alla matematica e alla geometria e perché necessaria alla formulazione di un insieme armonico.

Il profilo dell'architetto romano, tracciato da Vitruvio nel suo trattato, chiarisce la complessità della sua formazione: *deve essere abile nell'espressione scritta, esperto nel disegno, istruito nella geometria, deve conoscere alquanto di fatti storici, deve aver ascoltato con diligenza la filosofia, intendersi un po' di musica, non deve essere digiuno di medicina, conoscere sentenze giuridiche, possedere conoscenza dell'astronomia e delle leggi che regolano i fenomeni celesti*[7].

Insomma l'architetto doveva possedere una conoscenza profonda e completa che gli permettesse di scegliere, formare e orientare l'architettura seguendo i principi essenziali dell'uomo.

Nell'alto medioevo l'astronomia, una delle discipline necessarie alla progettazione architettonica, fu coltivata soprattutto dal mondo islamico. La Siria fu conquistata dagli Omayyadi nell'VIII secolo. Questa popolazione, stanziata in questa regione, chiamò dall'India alcuni astronomi e fece costruire gli osservatori di Damasco e di Baghdad, sollecitata anche dal motto di Maometto, che aveva invitato i suoi fedeli a ricercare la scienza anche a costo di arrivare fino in Cina. Nel IX secolo giunse a Baghdad un astronomo indiano, Manka, che portò e tradusse le opere indù a carattere scientifico.

Da queste opere emergeva un profilo dell'architetto indiano, chiamato *sthapati*, straordinariamente simile a quello tracciato da Vitruvio: infatti doveva essere mago, astrologo, matematico, geometra, doveva conoscere i libri sacri oltre alla pittura, alla storia e alla geografia. Il suo compito era quello di costruire un microcosmo in armonia col macrocosmo. Il *mandala* formava il disegno che doveva definire lo spazio del recinto sacro del tempio e della sua organizzazione interna. Generalmente il mandala definisce una planimetria circolare o rettangolare o quadrata suddivisa in moduli proporzionali.

L'abilità dello *sthapati* consisteva nello stabilire la posizione delle aree dedicate alle varie divinità in modo che i punti vulnerabili da parte delle forze demoniache venissero presidiati con efficacia. Per questo era necessaria un'orientazione rigorosa delle costruzioni. Costruire significava eseguire un atto rituale che doveva conferire respiro (*prana*) ossia vitalità magica all'intero complesso [8].

Il mondo indiano con le sue credenze, le sue simbologie e le sue forme riuscì ad influenzare quello occidentale utilizzando dunque come canale di trasmissione la civiltà islamica. Nel X secolo gli

scienziati arabi, trasferitisi in Spagna in seguito alla conquista musulmana, diffusero le conoscenze astronomiche e l'astrolabio nell'Europa cristiana. Nel XII secolo furono costruiti in luoghi molto distanti fra loro, con forme molto diverse alcuni edifici monumentali che ebbero in comune la straordinaria ricchezza di valori simbolici e formali.

In Cambogia, in mezzo alla giungla, fu costruito uno dei più straordinari complessi religiosi mai realizzati: i templi della città di Angkor, capitale della civiltà Khmer. Gli edifici furono perfettamente orientati verso est e furono disposti in maniera da creare un mandala, una sorta di percorso iniziatico alla ricerca del contatto con la divinità.

Nei suoi studi G.Hancock[2] ha approfondito il legame tra la collocazione dei templi di questa città e i fenomeni celesti ed ha scoperto una straordinaria coincidenza tra la loro disposizione e la costellazione del Drago.



Quello che risulta ancora più affascinante è che il tempio principale di questa città, detto Angkor Wat, fu costruito al centro di un bacino

idrico tra il 1113 e il 1150, ossia in un arco cronologico intorno al quale si svolsero anche le vicende costruttive del battistero pisano.

Secondo il *Libro della Sapienza* (cap.11,20) Dio aveva disposto ogni cosa *secondo misura, calcolo e peso*. Nelle riflessioni teologiche Dio veniva presentato come il sommo artefice e raffigurato a livello iconografico in qualità di *Architectus Mundi* ossia di un creatore dotato di strumenti professionali: compasso e verga.

In una miniatura del XIII secolo, contenuta nel codice 2554 della Biblioteca Nazionale di Vienna, viene rappresentato Dio che conferisce al mondo, una primordiale massa informe una forma circolare perfetta[9]. Il cerchio è simbolo della perfezione divina. *Il cerchio è anche la figura geometrica in cui, nei sistemi di calcolo medievali, ma non solo in questi, misure di spazio e di tempo si sovrappongono* [1].

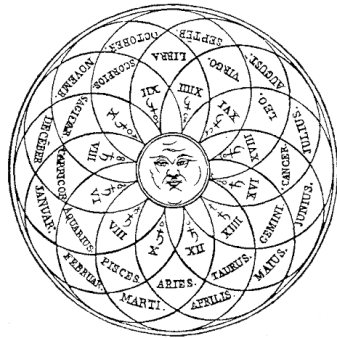


Esiste tuttavia una differenza di percezione dello spazio e del tempo.

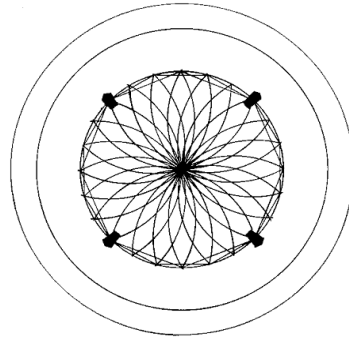
Il primo può essere compreso anche a distanza, il tempo invece può essere percepito soltanto nel momento in cui viene vissuto.

Dunque l'uomo è in grado di percepire il trascorrere del tempo soltanto in maniera ciclica, affidandosi ad eventi che ricorrono come le stagioni, i mesi, il sorgere e il tramontare del sole. Beda il Venerabile nell'VIII secolo scrisse il trattato *De temporum ratione*, in cui schematizzò in maniera chiara il concetto ciclico del tempo. Le ore erano scandite in base ad osservazioni astronomiche, dunque anche il calendario era definito grazie all'astronomia. Lo schema del tempo di Beda il Venerabile potrebbe essere sovrapposto alla

planimetria del battistero pisano, che rivela la possibilità di essere interpretato come orologio solare.



Schema del tempo di Beda il Venerabile



Planimetria del battistero pisano

Comprendere oggi un edificio sacro significa andare alla ricerca di significati e simboli oggi poco percepibili, cercando di utilizzare un metodo critico solido in maniera da non attribuirgli più significati di quelli che non abbia mai realmente ricoperto.

Certamente l'architettura del passato, come del resto quella del presente, ha cercato di esprimere e racchiudere nelle sue forme un bagaglio di conoscenze stratificato e straordinariamente ricco, trasformato in messaggi di pietra da alcuni grandi maestri di architettura.

Deotisalvi, autore del battistero pisano, fu uno di questi.

Le innovazioni introdotte a Pisa dalla genialità di Deotisalvi furono tre: la cupola a cuspide, che ritroviamo nelle opere pisane a lui attribuite (San Sepolcro, Battistero, Sant'Agata), le loggette praticabili (che faranno da modello per le vicine chiese lucchesi, San Michele in Foro, San Martino), la pianta circolare, con cui

furono ideate la chiesa del San Sepolcro, il Battistero, la Torre campanaria, il campanile di San Nicola, la chiesetta di Sant'Agata.

Queste caratteristiche costruttive e ideologiche appartengono alla personalità di Deotisalvi, che conosciamo proprio dagli edifici e dalle poche epigrafi che a lui si riferiscono.

Ne esistono quattro: una apposta sul campanile della chiesa di San Sepolcro, in cui viene detto *fabricator* (*Huius operis fabricator Deustesalvet nominatur*), due nel Battistero dove viene definito *magister* (*Deotisalvi magister huius operis*), e l'ultima, una sorta di epitaffio, presente nella chiesa di San Cristoforo a Lucca (*Gaudet Deotisalvi magister nec compareat ei locus sinister nam ipse me perfecit*).

Una suggestiva ma credibile ipotesi avanzata dalla studiosa Di Paco Triglia fa di Deotisalvi un monaco appartenente all'ordine gerosolimitano di San Giovanni battista, l'ordine a cui apparteneva la chiesa di San Sepolcro. I *fratres*, i monaci appartenenti a questo ordine fondato a Gerusalemme, nel 1130 divennero cavalieri per volere di papa Innocenzo II.

Si può ipotizzare che a questa data, che coincide con la ricostruzione e l'ampliamento della chiesa di San Sepolcro in Pisa e che con la copertura a cuspide mostra una delle innovazioni di Deotisalvi, questi monaci volessero darsi anche una nuova immagine architettonica e che l'architetto a cui fu affidato il progetto appartenesse a questo gruppo. L'inquadramento di Deotisalvi all'interno di questo ordine si concilierebbe con le scelte compiute sulla piazza, dove si percepisce un costante richiamo alla Terrasanta.

Per delineare e comprendere la figura di Deotisalvi occorre in particolare soffermarsi sulle modalità costruttive del Battistero, un edificio di elevato valore formale, tecnico e simbolico, che racchiude ed evidenzia la genialità di questo architetto straordinario per sensibilità, valori, capacità.

Le prime vicende costruttive del Battistero sono narrate dallo storico Bernardo Maragone, testimone oculare della fase di avvio dei lavori e che tuttavia non nomina la presenza di Deotisalvi. Fornisce invece una descrizione minuziosa della fondazione dell'edificio.

Nel giorno dell'Assunta venne posto un primo giro di fondazioni; successivamente, a distanza di un anno, il 31 agosto, venne posto il secondo giro di fondazioni. La spiegazione per questa scelta e attesa sta nel tipo di terreno su cui sorge l'edificio, un terreno di riporto fluviale, limoso che necessitava di tempo per espellere acqua e far sì che le fondazioni si stabilizzassero. L'apertura di questo cantiere, mentre erano operai Conetto del fu Conetto ed Enrico cancellario, sembra procedere di comune accordo tra tutte le forze politiche e religiose presenti in città.

Nel 1158 fu proprio Conetto a compiere due viaggi all'isola d'Elba per curare personalmente il trasporto di alcune grandi colonne di pietra, in totale sei. Nel 1162 compie un viaggio in Sardegna fino al porto di Santa Reparata per due grandi colonne di pietra[10].

I lavori del Battistero procedevano a pieno ritmo, sia pure con la lentezza necessaria imposta dalle caratteristiche e dalla lavorazione dei materiali. Maragone testimonia che l'erezione delle otto colonne avvenne nell'arco di quattordici giorni e che alla posa in opera di una di esse contribuì il quartiere di Porta Aurea. Questo significa che le colonne monolitiche dovettero essere montate tutte insieme, puntellate, subito collegate con la struttura e caricate per evitarne il collasso e la rottura.

Quindi furono sovrapposti i capitelli, probabilmente grezzi, fu collegato il colonnato circolare con il sodo murario e fu intrapresa la costruzione della cupola interna. L'unica incertezza che abbiamo in questa fase costruttiva è il tipo di collegamento che fu realizzato tra il sodo murario esterno e il colonnato interno.

Fu una volta a crociera come quella che vediamo oggi o un sistema architratato? Dopo questa prima fase dei lavori mancano informazioni documentarie che la critica ha voluto interpretare come mancanza di fondi. Nell'anno 1164 il Comune dispose che ciascuna famiglia pisana versasse, all'inizio di ogni mese, un denaro per costruire il Battistero di San Giovanni [10].

Un libretto dei conti, databile al 1183 e relativo al Battistero, parla di cinque *magistri* che lavoravano per conto dell'opera e che dovevano essere pagati per le giornate trascorse sul monte pisano a lavorare. Il cantiere era dunque ben attivo. Come si capisce, le risorse economiche non mancavano. Tutta la città aveva l'interesse a finanziare l'opera e a farsi rappresentare da questo progetto.

L'organizzazione del cantiere del Battistero fu gestita da un ente autonomo rispetto a quello della cattedrale: l'Opera di San Giovanni. Le due amministrazioni furono gestite separatamente, come dimostrano gli elenchi separati degli operai, anche se i canonici erano gli stessi.

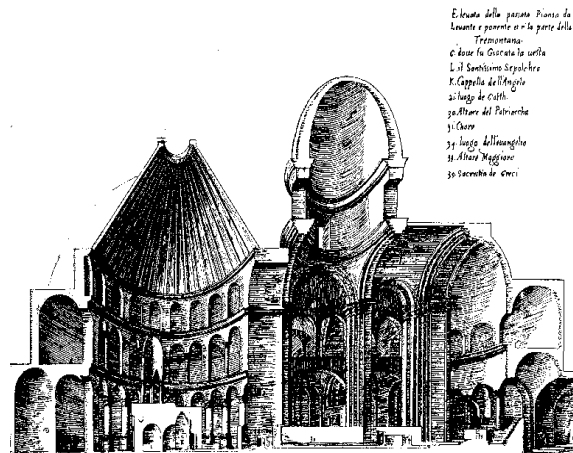
Un deciso cambiamento si ebbe quando il Comune istituzionalizzò il proprio ruolo decisionale all'interno dell'Opera di Santa Maria, imponendosi nell'elezione dell'operaio. Alla fine del XII secolo si susseguirono privilegi e concessioni volti a tutelare questi enti, troppo spesso sottoposti alle alterne vicende politiche della città e della Chiesa.

Agli inizi del Duecento l'unico ente ancora totalmente in mano ai religiosi era l'Opera di San Giovanni. Il vescovo, usurpatore dei privilegi relativi all'Opera di Santa Maria e del campanile, si intromise nella storia del Battistero. Insorsero frequenti liti con i canonici relative alla giurisdizione sul Battistero, che i canonici detenevano per consuetudine. Le controversie relative a questo argomento iniziarono a placarsi nel 1220, quando fu scelto l'operaio di comune accordo [11].

Di contese tra le varie parti interessate (vescovo, canonici, Comune) ve ne furono molte nella storia della piazza, ma ad ognuna non corrispose un cambiamento di progetto. Le differenti simmetrie impiegate nel Battistero hanno fatto pensare ad alcuni studiosi ad un cambiamento di progetto che sarebbe avvenuto nel 1185, quando fu eletto operaio Guidalotto del fu Ugone Ponsi. In realtà l'operaio non era che l'amministratore dell'Opera e non godeva certo del potere di cambiare i progetti degli architetti.

Le differenti simmetrie non sono una stonatura del progetto, ma uno dei tanti richiami simbolici e una delle strategie di armonizzare l'insieme adottate nel corso della costruzione di questo edificio. Non stupisce così di vedere impiegate alternativamente la simmetria in base dodici e in base venti, dodici sono i sostegni all'interno, venti le arcate esterne, dodici le finestre che si aprono nella galleria superiore a livello del pavimento, venti le finestre aperte al terzo livello, dodici le parti in cui è suddivisa la prima cupola tronco-piramidale.

Il richiamo costante era al Santo Sepolcro di Gerusalemme che divenne poi un richiamo anche alla Gerusalemme celeste, attraverso la scelta di numeri significativi.



La forma circolare ricordava il cielo e la cupola si identificava con la calotta celeste. L'apertura lasciata in alto, oltre ad una necessità costruttiva, rispondeva a motivazioni simboliche: l'ascesa di Cristo in cielo, cioè la resurrezione, oppure la discesa della grazia divina sui fedeli.

La costruzione del Battistero pisano si basa su una numerologia significativa. Il numero venti, presente nell'Anastasis di Gerusalemme, fu riproposto nel Battistero. Venti è il prodotto di quattro per cinque. Quattro sono i punti cardinali, gli elementi (terra, aria, acqua, fuoco), le stagioni. Cinque è il numero delle piaghe di Cristo, ma è anche il simbolo dell'uomo e quindi della perfezione umana.

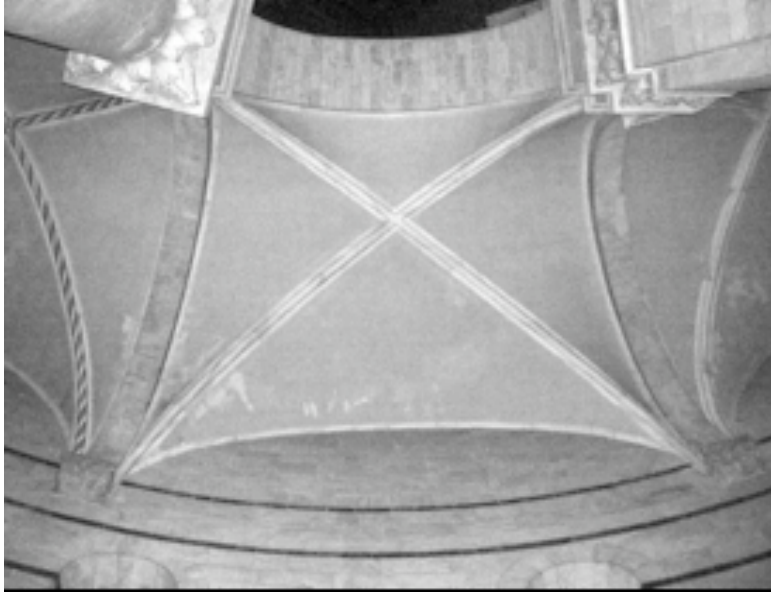
Al numero venti si arriva attraverso la serie del quattro: quattro sono le porte, orientate secondo le direzioni del mondo, otto sono le colonne, dodici è la partizione dell'interno e della cupola tronco-piramidale, come dodici sono gli apostoli, sedici sono le monofore e le arcate cieche esterne al piano terra, venti sono le arcate complessive esterne del piano terra.

Deotisalvi accolse anche l'idea delle grandi finestre che a Gerusalemme si aprivano nel tamburo dell'Anastasis. In tutto sono dodici e dividono dunque l'angolo giro del perimetro in porzioni di 30°. Ogni finestra del Battistero pisano corrisponde a un mese dell'anno, o se si preferisce, a una costellazione dello Zodiaco e attraverso di esse si possono registrare la posizione e lo spostamento degli astri lungo la calotta celeste.

Nel raccontare le vicende costruttive era rimasta in sospeso la questione relativa alla copertura del deambulatorio. La domanda era se le volte a crociera attuali facevano parte del progetto originario o se furono una soluzione successiva. La risposta sta nelle dodici mensole incassate lungo il lato interno del muro, sulle quali sembrano impostarsi gli archi che interrompono la volta a crociera del deambulatorio in corrispondenza di pilastri e colonne.

Questi archi esercitano un'azione spingente e le mensole, possibile opera di due scultori che operavano in ambito pisano e lucchese (Biduino o Guidetto), sono contestuali alla prima fase costruttiva, quindi agli anni '80 del XII secolo.

Gli archi della volta a crociera terminano a filo del muro; non



avendo funzione statica, queste mensole sono piuttosto il probabile residuo di una struttura solariata lignea che si impostava su di esse.

La volta a crociera appartiene dunque ad una fase in cui si rialzò il pavimento della seconda galleria e si ristrutturarono varie parti del Battistero. Con questo rialzamento quelle che dovevano essere le finestre della galleria superiore divennero le attuali porte finestre, perdendo la funzione di dare luce.

Sollevando lo sguardo dal piano terra queste finestre non sono visibili; un tempo vi doveva essere invece un diretto accesso a quello che era il piano delle loggette allora praticabili.

Molto probabilmente agli inizi del XIII secolo il Battistero aveva una sua forma già definita, se non definitiva, e il progetto di Deotisalvi doveva essere pressoché concluso. Doveva essere già costruita anche la prima cupola, quella tronco-piramidale che si vede solo salendo sulle soffitte.

Il primo Battistero aveva dunque all'interno due gallerie sovrapposte, derivate dall'Anastasis di Gerusalemme, sostenute al piano inferiore da quattro pilastri e otto colonne, al piano superiore solo da pilastri.

Il livello del pavimento della seconda galleria era più basso e quindi il loggiato doveva essere assai più slanciato e audace, simile a quello della chiesa di San Sepolcro a Pisa.

Il soffitto della galleria inferiore era ligneo, nella galleria superiore non vi era il secondo ordine di finestre che è trecentesco e probabilmente la copertura seguiva lo spiovente del tetto, sempre sul modello della chiesa di San Sepolcro.

La cupola tronco-piramidale era aperta in alto per motivi simbolici e per raccogliere l'acqua piovana destinata ai battesimi. Esternamente il piano terreno doveva somigliare a quello attuale; sopra correavano uno o due ordini di logge praticabili.

Un progetto è fatto di misure, di armonia, di un complesso sistema di rapporti numerici che meritano di essere indagati direttamente sulla struttura. Per farlo è stato necessario capire cosa rimane di originale, soprattutto dopo i *grandiosi restauri* compiuti nell'Ottocento (1840-1856) su questo edificio[12]. I lavori, già molto discussi all'epoca, ebbero lo scopo di sostituire tutte quelle parti ritenute *già deperite*: capitelli, mensoloni, figure di marmo (ecco spuntare Garibaldi e Mazzini tra le statue dei Pisano), pinnacoli, lastre di rivestimento,....

Dai registri di entrata e uscita dell'Opera del duomo relativi ai restauri, risulta che i cambiamenti introdotti nel Battistero, per

quanto pesanti, non furono tali da alterarne i caratteri strutturali e le dimensioni.

Dalle misurazioni effettuate sulla consistenza attuale dell'edificio è stato possibile rintracciare il probabile progetto architettonico di partenza¹³. Gli studi del prof. Pierotti, docente di storia dell'architettura dell'Università di Pisa, avevano rivelato l'uso delle misure medievali pisani già sulla torre della piazza: 100 piedi di circonferenza e 100 braccia di altezza.

Per il Battistero si immaginavano misure congruenti, cioè un perimetro di 200 piedi e un'altezza di 100 braccia. In realtà misurando la circonferenza esterna comprese le semicolonne addossate si ottiene una circonferenza di 236 piedi pisani, 36 piedi in più rispetto all'ideale, una misura che distribuita lungo il perimetro può apparire insignificante (17,50 m su 114,7m), ma sufficiente a far ipotizzare un progetto diverso.

La circonferenza ideale di 200 piedi esiste e cade all'interno del sodo murario. Il disegno del Battistero rivela la ripetizione di un modulo derivato dal raggio della circonferenza circoscritta al dodecagono. Inoltre il giro dei pilastri e delle colonne corre lungo la sezione aurea del raggio del Battistero.

L'analisi delle misure e delle regole geometriche impiegate (200 piedi, sezione aurea) suggerisce la partizione degli interni e degli esterni. Dai 200 piedi si ricavano le 20 arcate in cui è suddiviso l'esterno, la sezione aurea della circonferenza interna (pari a circa 121 piedi) fornisce la soluzione dei dodici sostegni interni. La ricerca di due circonferenze concentriche divisibili per venti e per dodici mette in proporzione aurea il raggio della circonferenza maggiore con quello della circonferenza minore.

La misura del diametro mediano interno alla muratura è quasi corrispondente alla facciata della cattedrale, che proprio in quel periodo si stava ricostruendo. L'evidente somiglianza anche formale tra il primo ordine del Battistero e quello della facciata fanno

supporre che questi due eventi possano essere attribuiti ad uno stesso progetto.

Le vicende costruttive del primo Battistero, quello di Deotisalvi, presentano un'incongruenza rispetto ad un edificio ideale: la non corrispondenza ad una pianta di 200 piedi.

La risposta di questa deviazione rispetto all'armonia iniziale è dovuta ad un intervento successivo a questa prima fase, in cui si trasformò la prima costruzione in quella che vediamo oggi.

Un'epigrafe murata nel sodo murario della galleria superiore riferisce dell'opera di Deotisalvi nel 1278 e del rinnovamento avvenuto da parte dell'operaio Vincenzo Carmignani



Non sappiamo con precisione se questa epigrafe si riferisca agli inizi o al termine dei lavori di ristrutturazione. Sappiamo che a questa data Giovanni Pisano stava lavorando nella piazza, si stava costruendo il camposanto, si stava intervenendo sulla torre campanaria, si stava costruendo l'ospedale di Santa Chiara.

Era un periodo di grande fervore per il cantiere del duomo ed è probabile, anche a fronte dei pagamenti da parte dell'Opera, che Giovanni Pisano fu l'autore di questa fase di rinnovamento. La sua

stima come architetto di edifici sacri è dimostrata dalla richiesta di occuparsi della costruzione del nuovo Battistero da parte della città di Siena nel 1296[13].

Nel Battistero pisano si pensò a sostituire il soffitto ligneo con l'attuale soluzione voltata; a sovrapporre alla primitiva cupola tronco-piramidale una nuova cupola, quella emisferica visibile all'esterno che si richiama palesemente al Pantheon; a ispessire il sodo murario per bilanciare le spinte della nuova cupola che sollecitavano la struttura. Ed ecco la spiegazione della discrepanza tra le misure attuali e quelle originarie.

Le due cupole sono sostanzialmente diverse, non soltanto da un punto di vista dei mattoni, della posa in opera, ma anche da un punto di vista strutturale. La prima cupola scarica le forze sui pilastri interni, la cupola emisferica aveva bisogno di *contrafforti*: quindi si pensò di farlo rendendo più possente la cortina muraria e perdendo così la praticabilità delle loggette, che per i nobili pisani significava perdere un'importante vetrina da cui mostrarsi durante le feste cittadine.

La realizzazione di questa fase proseguì per tutto il Trecento e nel 1324 il vescovo Simone Saltarelli invitava la chiesa cittadina a contribuire finanziariamente alla conclusione dei lavori del Battistero[14]. Cosa si stava facendo? Ci sono alcune tracce nella galleria superiore che sembrano dei progetti non realizzati o degli elementi smontati: vi sono imposte di volte a crociera non caricate, finestre in parte oscurate da archi traversi e cambiamenti nella muratura.

Per fortuna per questo periodo i documenti non mancano. Le carte parlano di alcuni maestri di pietra che stavano aprendo le finestre del secondo ordine della galleria superiore e del maestro Zibellino da Bologna che stava preparando il modello per i tabernacoli da porre all'esterno.

Le venti finestre del terzo ordine, in contrasto con la suddivisione in base dodici dell'interno, servirono a dare luce all'edificio nel momento in cui si chiuse l'occhio superiore della cupola. Le tracce di volte a crociera sono i resti dei costoloni smontati per far posto alle nuove, indispensabili fonti di luce.

Nel 1394 l'orefice Turino di Sano venne pagato per la statua di San Giovanni da sistemare sopra la cupola[15]. Si conclusero così le vicende costruttive di un edificio straordinario che ancora oggi sa trasmettere i suoi simboli, le sue armonie, lo slancio dell'uomo verso il cielo.

A conclusione si riportano le misure del Battistero in metri raffrontate con il sistema di misura in piedi pisani, braccia e pertiche pisane in uso ai tempi della costruzione dei monumenti della Piazza dei Miracoli.

	<i>metri</i>	<i>piedi</i> (0,486m)	<i>braccia</i> (0,5836m)	<i>pertiche</i> (2,916m)
<i>Circonferenza esterna massima</i>	114.7	236.0	196.5	39.3
<i>Circonferenza esterna senza semicolonne addossate</i>	112.15	230.8	192.2	38.5
<i>Diametro esterno con semicolonne</i>	36.5	75.1	62.5	12.5
<i>Diametro esterno senza semicolonne</i>	35.7	73.45	61.2	12.2
<i>Circonferenza interna</i>	95.8	197.1	164.1	32.8
<i>Diametro interno</i>	30.48	62.7	52.2	10.45
<i>Spessore del muro</i>	2.61	5.4	4.5	0.9
<i>Vano scale (al piano terreno)</i>	0.97	2.0	1.7	0.3

Una stella nel Battistero

Un testo di fondamentale importanza nelle fasi iniziali della ricerca sull'acustica del Battistero, è stato *The Symmetries of the Battistero and the Torre Pendente* [16] dove David Speiser, matematico spesso ospite della Scuola Normale di Pisa, innamoratosi dell'architettura della Piazza dei Miracoli, riporta i risultati di straordinarie considerazioni sulla geometria spaziale interna ed esterna dei monumenti della Piazza, con particolare riferimento proprio al Battistero. Voglio qui riassumere in due sole considerazioni il grosso lavoro che Speiser fa in relazione alla statica ed alla decorazione artistica del monumento.

La prima è relativa a quelle che egli chiama *contraddizioni* rispetto a premesse poste nella fase di progettazione e non rispettate durante la costruzione. Speiser attribuisce il *riddle* e cioè l'indovinello della contraddizione, al numero delle mani che hanno contribuito alla costruzione del monumento durante i circa due secoli e mezzo trascorsi dalla data di inizio lavori ad opera del Deotisalvi (agosto 1053 come viene riportato nella lapide posta sul pilastro di sinistra entrando dalla porta che guarda la facciata del duomo) fino al XIV secolo.

La seconda considerazione riguarda quanto Speiser ricorda a proposito dei metodi di costruzione dei poligoni regolari conosciuti sin dai tempi dei Greci e cioè *con righello e compasso* ed in particolare la relazione esistente tra la costruzione del pentagono, la sezione aurea e la serie di Fibonacci.

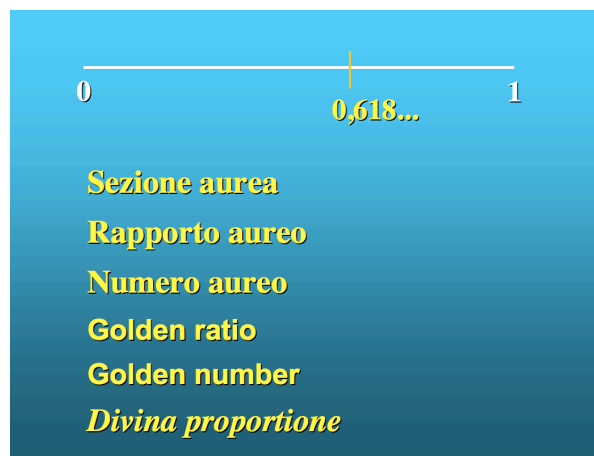
Si deve ricordare che Leonardo Fibonacci nasce nel 1170, è figlio di un esattore della florida Repubblica Marinara Pisana e ha modo, accompagnando il padre nei suoi viaggi nel mondo arabo (a Bugia nell'odierna Algeria) di conoscere e comprendere la potenza operativa della numerazione decimale in uso presso gli arabi (in realtà proveniente dall'India). Nel 1202 Fibonacci scrive il *Liber Abaci* dove illustra i meccanismi della numerazione posizionale a dieci cifre e della possibilità di combinarle secondo le operazioni aritmetiche elementari a noi tutti oggi ben note. Il *Liber Abaci* costituisce l'inizio del calcolo aritmetico così come lo conosciamo oggi, ma passerà qualche secolo prima che diventi di uso comune.

Tutto questo quando il Battistero e gli altri monumenti della piazza erano già stati interamente progettati, completati e/o in via di completamento. Il che significa che tutta la piazza e i monumenti della piazza sono stati concepiti dagli architetti e costruiti dalle maestranze sulla base della *geometria* e non della *matematica*, e cioè: progetto e costruzione sulla base del *rapporto* e della *proporzione* piuttosto che della *misura*.

La figura ed il rapporto ricorrente nei monumenti della piazza è la *sezione aurea*, il *numero aureo* (*golden ratio*, *golden number*) [17] o, come la chiamò più tardi il matematico del '500 Luca Pacioli, la *Divina proportione* perché presente in natura in infinite manifestazioni nel mondo animale, nel mondo vegetale, nel microcosmo e nel macrocosmo: la progressione di crescita e la disposizione di foglie, fiori e rami; la spirale delle conchiglie e l'infiorescenza delle margherite e dei girasoli, la forma delle galassie etc.. Per questo nel corso della Storia dell'Arte il rapporto aureo è stato usato in innumerevoli occasioni: il Partenone, i quadri di Leonardo da Vinci cui era amico lo stesso Pacioli, etc..

La sezione aurea: geometria.

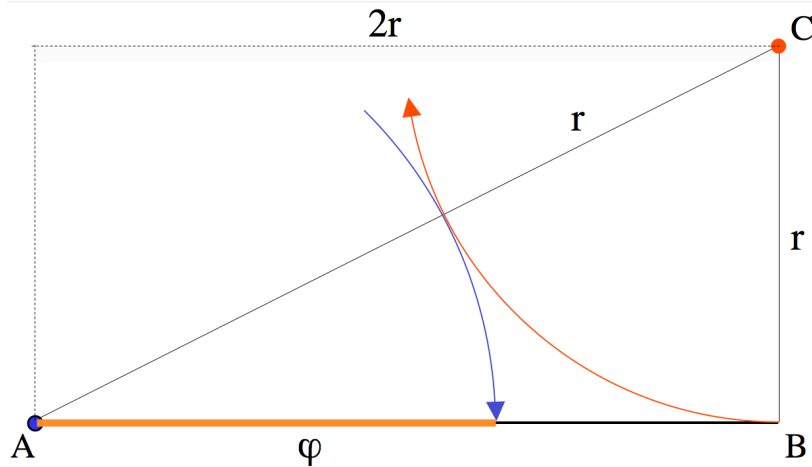
La sezione aurea di un segmento qualsiasi è dato dal quel punto posto a 0,618... della sua lunghezza.



Vedremo più avanti come si trova il valore 0,618... con la moderna notazione e i consueti meccanismi matematici; valore che per convenzione viene indicato con la lettera greca φ (phi) in onore di

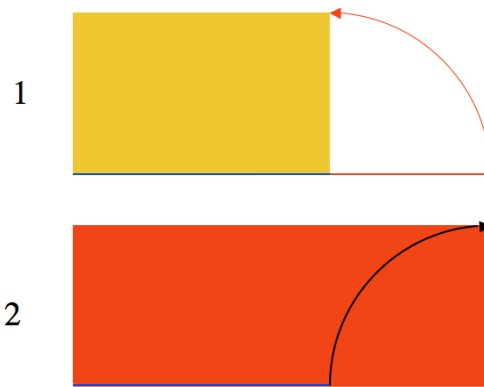
Fidia, e (per pura coincidenza) riferibile anche *Fibonacci* proprio perché la sezione aurea ha molto a che fare con la ben nota *Serie*.

Per il momento vediamo come molto semplicemente gli antichi Greci, e quelli che seguirono, trovavano la sezione aurea *con righello e compasso* in maniera *analogica*, diremmo oggi, piuttosto che attraverso il calcolo numerico.

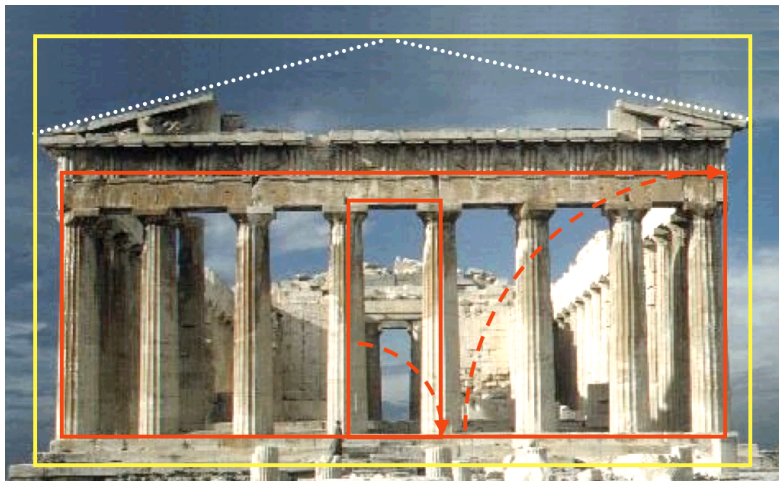


Il procedimento è il seguente: si disegna un triangolo rettangolo ABC con i due cateti di lunghezze l'uno il doppio dell'altro, $BC=r$ e $AB=2r$. Con centro in C si riporta (arco rosso) sull'ipotenusa AC la misura r del cateto minore; con centro in A si riporta (arco blu) sul cateto maggiore AB la lunghezza $AC-r$ che è la sezione aurea φ del segmento AB.

A partire dalla sezione aurea è ora possibile costruire due tipi di rettangoli aurei (un terzo, se pure possibile, è visivamente meno interessante). Il rettangolo aureo di tipo 1 si ottiene prendendo come base ed altezza rispettivamente la dimensione maggiore e quella minore del segmento diviso in modo aureo; mentre il rettangolo di tipo 2, si ottiene con la misura dell'intero segmento e dalla parte minore.

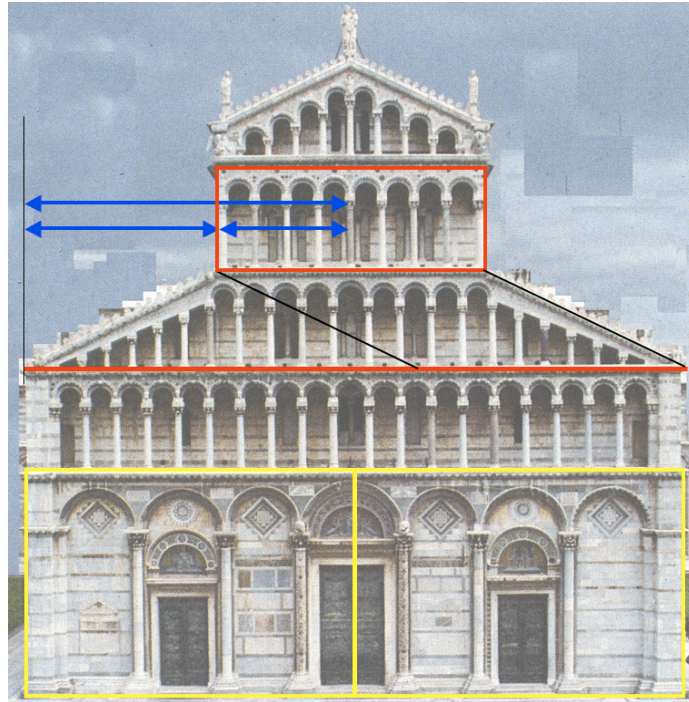


E' noto che la facciata del Partenone sia costruita su rettangoli aurei.



Si noti come il colonnato ottastilo dorico sia incorniciato in un rettangolo aureo di tipo 2 e come di tipo 2 sia anche il rettangolo (in verticale) dato dall'altezza e dalla distanza tra gli assi di due colonne vicine; mentre l'intera facciata, compreso il vertice del frontone, è incorniciata in un rettangolo aureo di tipo 1.

Nessuna meraviglia perciò che anche nella facciata del duomo di Pisa, come del resto in mille altri monumenti nella Storia dell'Arte, si sia fatto uso della sezione aurea.

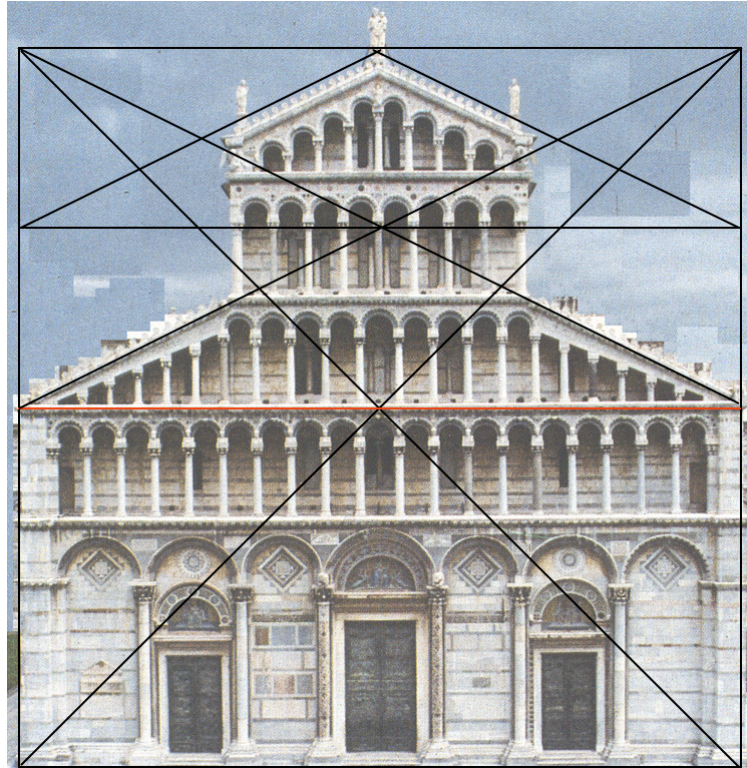


Il loggiato superiore è inscritto in un rettangolo aureo di tipo 2 e la base di tale rettangolo è in sezione aurea rispetto alla larghezza dell'intera facciata; di conseguenza il rapporto tra il vuoto ed il pieno (frece blu) del loggiato superiore è aureo. Il porticato è dato dalla giustapposizione di due rettangoli aurei di tipo 1.

In ogni caso, la griglia di riferimento principale della facciata del Duomo è il quadrato raccontato da Speiser: la facciata del Duomo è divisa dalle diagonali del quadrato che lo inscrive esattamente in due

parti uguali sovrapposte e le diagonali del rettangolo superiore disegnano le pendenze degli spioventi. E' chiaro che, una volta fissata l'inclinazione degli spioventi con le diagonali del rettangolo, si poteva scegliere qualunque punto dove innalzare il loggiato superiore.

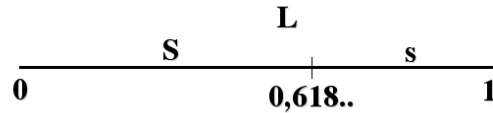
E questo punto è stato scelto in modo tale da risultare aureo.



Ma vediamo ora come si arriva al numero aureo con la matematica moderna e in quale relazione sta il numero aureo con la serie numerica di Fibonacci.

La sezione aurea: matematica

Detta L la lunghezza di un segmento qualsiasi, il punto che lo divide in due parti in modo aureo è posizionato in modo tale che il segmento di lunghezza maggiore S e quello di lunghezza minore s sono in relazione $S:L = s:S$ e cioè S sta ad L come s sta a S . Si dice anche che S è il medio proporzionale tra s e L .



Come si è detto la lunghezza di S è a 0.618... del segmento L per cui, ad esempio, per un segmento lungo 1 metro il punto che individua la sezione aurea è a 61,8... centimetri; per un segmento lungo 15 centimetri tale punto è a $15 \times 0.618... = 9.27...$ centimetri.

I puntini dietro ogni misura qui riportata stanno ad indicare che in realtà si sta parlando di un valore numerico che ha una quantità infinita di *cifre dopo la virgola*. Un valore numerico siffatto viene detto *trascendente* perché non deriva dal rapporto di due numeri interi ma da un processo matematico più complesso e si riferisce a grandezze incommensurabili, ossia prive di un sottomultiplo comune. Come π (pi greco), a esempio [18], che si dice valere 3,14 ma solo in prima approssimazione, perché in realtà

$$\pi = 3,1415926553589793238462643383279502884197169....$$

...e questo solo per cominciare...

Dunque, per trovare il valore della distanza del punto x dallo 0 dove deve trovarsi affinché il segmento sia diviso in sezione aurea si procede così: posta la lunghezza del segmento uguale ad 1 e la lunghezza del segmento aureo $S=x$ allora $s=1-S=1-x$ per cui la relazione $S:L = s:S$ diventa

$$x:1 = (1-x) : x \quad \text{da cui} \quad x^2 = 1-x \quad \text{e cioè} \quad x^2 + x - 1 = 0$$

Questa è un'equazione di secondo grado che, come noto, si risolve con la formula

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

dove a, b, c sono rispettivamente i valori dei coefficienti di x^2 di x e della costante stessa -1 e cioè nel nostro caso: $a=1$ $b=1$ $c=-1$

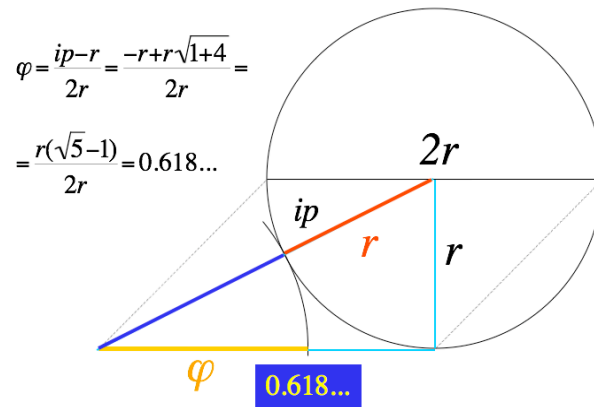
per cui il Δ è $\sqrt{1^2 - 4(1)(-1)} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} = 2,2360679775\dots$

da cui si ricavano i valori di x

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{-1 + 2,2360679775\dots}{2} = 0,61803398875\dots$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} = \frac{-1 - 2,2360679775\dots}{2} = -1,61803398875\dots$$

Per il momento focalizziamo l'attenzione solo sulla prima delle soluzioni e cioè $x_1 = 0,61803398875\dots = \varphi$. Rivedendo il procedimento geometrico per la costruzione della sezione aurea con righello e compasso (pag. 56) ci si accorge che la formula che ha dato la soluzione altro non è che l'applicazione del teorema di Pitagora: l'ipotenusa del triangolo rettangolo è la radice quadrata della somma dei quadrati dei cateti che valgono $1r$ e $2r$, cioè $ip = \sqrt{r^2 + 4r^2} = r\sqrt{5}$



Considerando $a=b=r$ e $c=-1$, la figura è la rappresentazione geometrica del Teorema di Pitagora e della formula che risolve l'equazione di secondo grado, e viceversa. La cosa non è di poco conto considerando che il calcolo geometrico era il solo conosciuto nell'antichità. In *La rivoluzione dimenticata* [19], dove il matematico Lucio Russo sostiene che la scienza moderna nasce con la rilettura da parte di Galileo, Newton, etc., delle opere di Euclide, Archimede, Eratostene, Aristarco di Samo e di tanti altri raffinati scienziati che andarono dimenticati dopo l'incendio della Biblioteca di Alessandria, si legge (pagg.62-63)

...per i calcoli con numeri interi venivano usati vari tipi di abaco... l'altro strumento di calcolo, usato soprattutto per quantità non intere, era fornito dalla geometria. Ogni problema riguardante grandezze continue veniva infatti posto nel linguaggio geometrico rappresentandone i dati con lunghezze di segmenti. Saper risolvere il problema significava saper effettuare la costruzione geometrica che rappresentava la soluzione, che veniva poi misurato.

Gli strumenti usati nelle costruzioni geometriche erano soprattutto la riga ed il compasso, che oltre a strumenti di disegno divenivano così "strumenti analogici di calcolo". I problemi risolubili in questo modo sono quelli che noi oggi traduciamo in equazioni algebriche di primo e di secondo grado. L'uso di strumenti analogici di calcolo può oggi sembrare strano abituati come siamo ai calcolatori... (ma) ...le soluzioni ottenute con riga e compasso avevano due caratteristiche che le rendevano particolarmente utili: innanzitutto avevano un errore relativo molto piccolo legato allo spessore delle linee disegnate e nessuna applicazione tecnica poteva aspirare ad una precisione maggiore; inoltre erano facilmente riproducibili per risolvere problemi eguali con dati numerici diversi.

Oggi consideriamo indipendenti tre attività che erano inscindibilmente connesse nella pratica matematica ellenistica: il ragionamento deduttivo, il calcolo e il disegno.

Risolvere un problema in termini geometrici significa infatti impostare una classe, e cioè un insieme, di problemi di cui quello in questione è solo un caso particolare. E questo significa aver davvero capito il problema ed alla fine è come definire l'algoritmo (e quindi il programma) che produce in uscita i risultati a seconda dei dati di ingresso.

-.-

Prima ancora di Galileo, un altro grande Pisano ha dato il suo decisivo contributo alla rinascita del pensiero scientifico speculativo con la pubblicazione del *Liber Abaci*: Leonardo Fibonacci (statua nel Cimitero Monumentale di Pisa)



Fibonacci è noto al grande pubblico soprattutto per la serie numerica che da lui prende il nome e per la famosa *storia dei conigli*.... Curiosamente Fibonacci è oggi molto popolare negli Stati Uniti

perché *utilizzato per giocare in borsa* (sic!). Basta fare una ricerca in Internet e vedere quante cose sono legate all'opera di Leonardo Fibonacci.

Per quel che ci riguarda è qui sufficiente prendere in considerazione la ben nota serie numerica che si costruisce partendo da 0 e 1 e generando il nuovo valore dalla somma degli ultimi due:

$$f_{i+1} = f_i + f_{i-1}$$

0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233

e vedere come è in relazione con il numero aureo $\varphi = 0,618...$

Se si mette in rapporto un valore della serie con il successivo, a lungo andare si ottiene il numero aureo, e cioè:

$$\varphi = \lim_{i \rightarrow \infty} f_i / f_{i+1}$$

0 :	1	=	0
1 :	1	=	1
1 :	2	=	0,5
2 :	3	=	0,666666666...
3 :	5	=	0,6
5 :	8	=	0,625
8 :	13	=	0,615384615385...
13 :	21	=	0,619047619048...
21 :	34	=	0,617647058824...
34 :	55	=	0,618181818...
55 :	89	=	0,61797752809...
89 :	144	=	0,6180555556...
144 :	233	=	0,618025751073...
233 :	377	=	0,6180371353279...
377 :	610	=	0,618032786885...
610 :	987	=	0,618034447822...
..... :	=

Poiché non ci sono ragioni, se non quelle pratiche, di terminare il procedimento, si capisce perché φ sia detto numero trascendente e perché per via geometrica si giunge al risultato in modo analogico. L'analogico è il dominio del continuo, mentre quello numerico è quello del discreto perché si deve decidere quando troncarsi e questo vuol dire decidere la risoluzione e l'unità di misura. Il calcolo matematico con la notazione ed i meccanismi di uso corrente, è cosa recente e tuttavia tutta la Storia dell'Arte è piena di monumenti che stavano, e molti ancora oggi stanno, in piedi grazie a progetti fatti con il calcolo geometrico. Non si deve dimenticare infatti che *geometria* significa *misura della terra* e che questa disciplina è nata proprio per ragioni pratiche ed operative ben precise nell'assegnazione di possedimenti terrieri come ad esempio in caso di spartizione tra eredi. Le ripartizioni venivano eseguite mediante figure geometriche disegnate in piccolo e poi riportate sul terreno. Si ricordi che lo stesso Teorema di Pitagora si dimostra per via geometrica *sommando* (analogicamente) figure geometriche.

Per completezza si deve notare come in realtà sia più corretto parlare *delle serie* piuttosto che *della serie* di Fibonacci perché molto più importante dei numeri generati a partire da 0 e 1 è invece il meccanismo e cioè l'algoritmo con cui si genera la serie. Per cui al numero aureo φ si giunge a partire da una qualunque coppia di valori numerici che genera una delle infinite possibili *serie di Fibonacci*. Si provi ad esempio con la coppia iniziale -2,5 3,2 da cui -3,5 5,2 1,7 6,9 8,6 15,5 24,1 39,6 63,7 103,3 167 270,3...
 Facendo il rapporto tra 15,5 e 24,1 si ottiene 0,6431... ma già gli ultimi due 167 e 279,3 danno 0,617833.... convergendo rapidamente al numero aureo $\varphi = 0,61803444782.....$

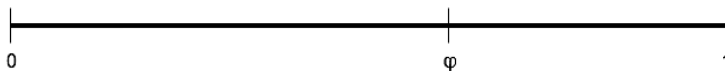
--.-

E' ora giunto il momento di prendere in considerazione la seconda soluzione dell'equazione di secondo grado che dà come valore del numero aureo $x_2 = -1,61803398875....$ Disegnando il segmento di

partenza la soluzione viene ad essere al di fuori del segmento stesso verso la parte negativa



Ma se si considera ora come segmento unitario l'intero segmento prima disegnato in tre colori e ponendo 0 ed 1 alle estremità sinistra e destra, quello che prima era lo 0 del segmento è ora φ



Per riprova si assegnino le giuste misure a ciascun segmento tenendo presente il segmento blu-oro-nero e si verifichi la serie di equivalenze basate sulla relazione del medio proporzionale:



Si assiste ad un processo che ha la stessa valenza continuando sia verso il grande sia verso il piccolo.

$$\dots(1-\varphi)/\varphi = \varphi/1 = \varphi = 1/(1+\varphi) = (1+\varphi)/(1+1+\varphi) = \dots$$

Con k qualsiasi reale si ha: $(1+k\varphi)/(k+1+\varphi) = \varphi$

Questo meccanismo viene chiamato *ricorsivo* e sta alla base anche delle figure frattali cui siamo stati abituati dalla computer graphics. Si dice anche che tali figure sono auto-simili e cioè sempre uguali a se stesse a qualunque livello di definizione vengano prese.

Le dimensioni e le disposizioni dei monumenti della Piazza dei Miracoli riportano alcune delle considerazioni qui fatte: la lunghezza del Duomo (d) è uguale alla somma ($v+b$) del diametro del Battistero (b) con il vuoto (v) tra Duomo e Battistero.

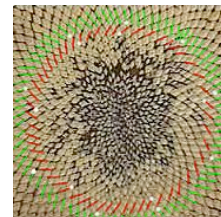
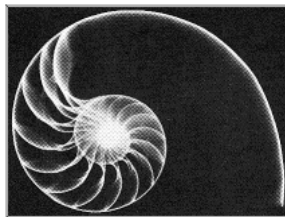
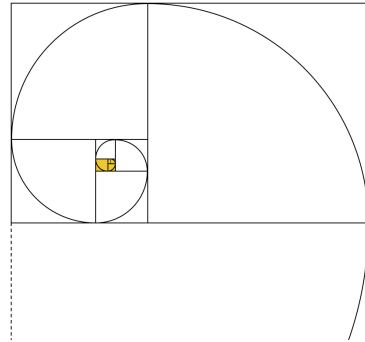
Ma tutto questo in rapporto aureo secondo le relazioni:

$$\varphi = d/(d+v) = v/d = v/(v+b) = b/v$$

*d**v**b*

E a dirla tutta, anche il Campanile, se fosse in asse con Duomo e Battistero, riproporrebbe il rapporto aureo tra vuoto e diametro.

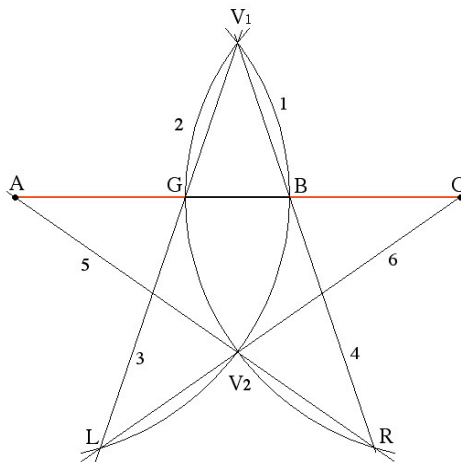
Come accennavo all'inizio, esistono in natura moltissime manifestazioni della sezione aurea: la figura qui accanto è un classico di applicazioni della sezione aurea in forma ricorsiva da cui deriva la forma della spirale del nautilus, delle galassie, dei girasoli. Se infatti si prende un rettangolo aureo di tipo 1 e si costruisce un quadrato sul lato più lungo si ottiene ancora un rettangolo aureo, e così via sempre più grande e sempre più piccolo in maniera ricorsiva.....



La stella del Battistero

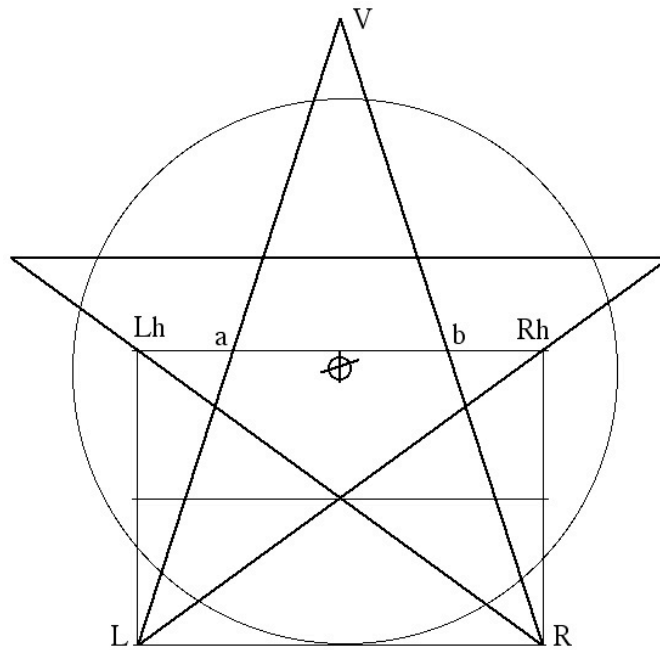
Speiser fa una serie di straordinarie considerazioni sull'uso del modulo 12 (12-fold) e del modulo 5 (5-fold) nelle strutture e negli elementi decorativi e si ferma ad un passo dalla soluzione di quello che egli stesso definisce un *indovinello*: in pratica fa notare come i 20 archi del basamento, 5 per ciascuno dei 4 spicchi di 90° da porta a porta, si raccordano con i 12 spicchi della cupola, proseguimento naturale delle 12 colonne interne, attraverso $60=12 \times 5$ colonnine della parte centrale. Ma non si accorge come il rapporto aureo strettamente legato alla figura del pentagono ed alla stella regolare a cinque punte costituisca l'anello mancante e la soluzione a questo indovinello che risolve in maniera unitaria l'architettura esterna ed interna del Battistero. Dal suo lavoro ecco dunque la mia scoperta!

Per costruire un pentagono, e di conseguenza una stella pentagona regolare, si parte da un segmento rigorosamente diviso in sezione aurea. Preso dunque un segmento AB diviso alla sezione aurea G, prolungato dal punto B con un segmento di lunghezza $BC=AG$, fatto centro in A ed in C con le misure del segmento originario $AB=GC$, si costruisce la stella ed il pentagono regolare, tracciando in sequenza gli archi 1 e 2 e i segmenti 3,4,5,6.



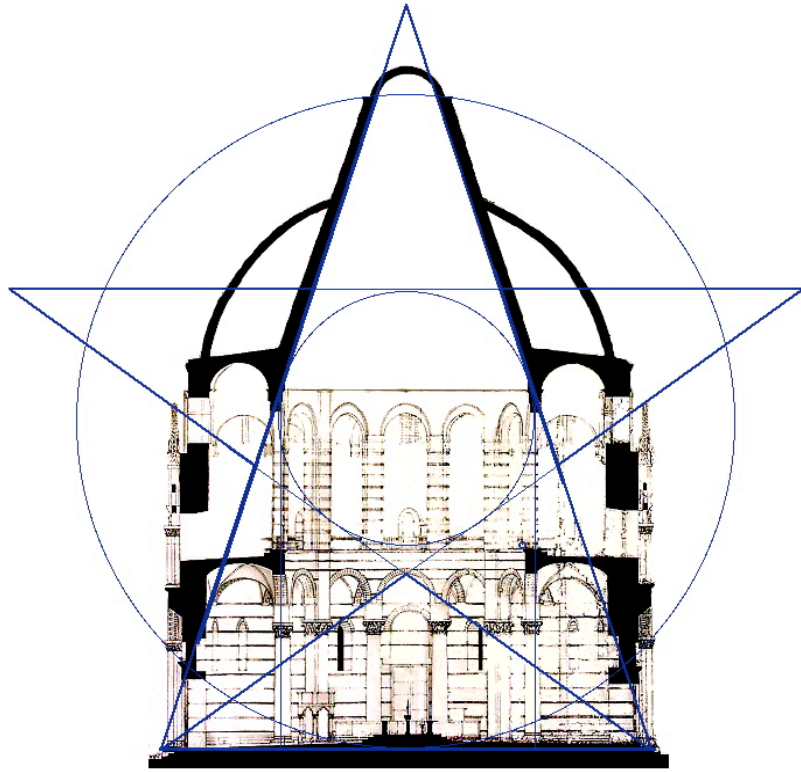
Verosimilmente, per progettare il Battistero Deotisalvi ha utilizzato la stella ed il pentagono regolare che deriva dal rapporto aureo.

Sulla stella pentagona regolare così costruita a partire dalla sezione aurea, si collegano i punti L ed R delle punte in basso, si alzano i punti L ed R fino ad incontrare i lati obliqui della stella nei punti Lh ed Rh e si congiungono questi punti; si traccia poi un segmento parallelo a LR all'altezza del vertice inferiore del pentagono interno alla stella; si traccia infine il cerchio concentrico alla stella e tangente al segmento LR, cerchio che taglia le punte della stella.



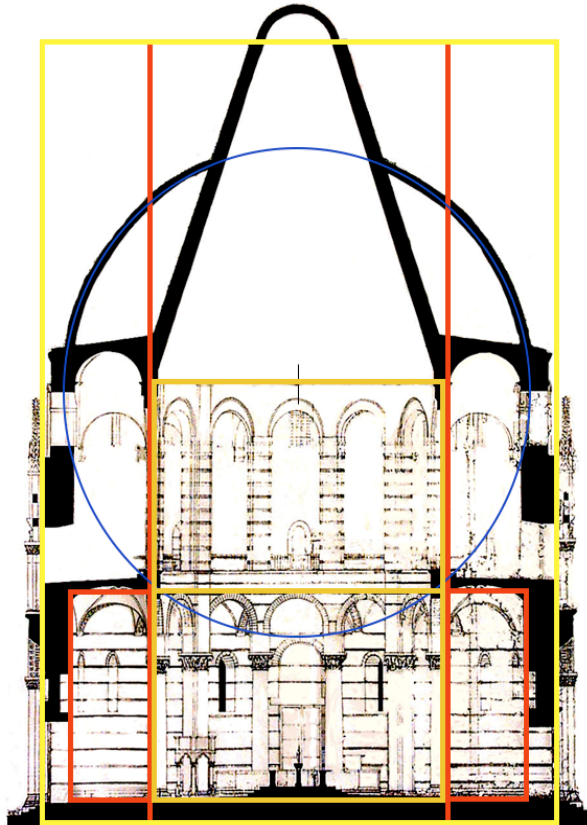
Quanto costruito è la griglia di riferimento della sezione verticale del Battistero (con o senza l'attuale cupola semisferica costruita in epoca successiva).

Qui si vede la perfetta coincidenza della griglia con lo spaccato del Battistero. La cupola interna a forma di tronco di piramide dodecaedra (quasi un cono), altro non è che quanto rimane del *cono* che parte dalla circonferenza di base del Battistero; il punto di raccordo tra il *cilindro* costituito dal colonnato interno inferiore e superiore, è nei punti a e b dati dall'incrocio del segmento Lh-Rh ed i lati del triangolo isoscele LVR della figura di pagina precedente. Ciò spiega tra l'altro quanto già noto relativamente al rapporto aureo tra diametro del colonnato e diametro del muro perimetrale del Battistero.

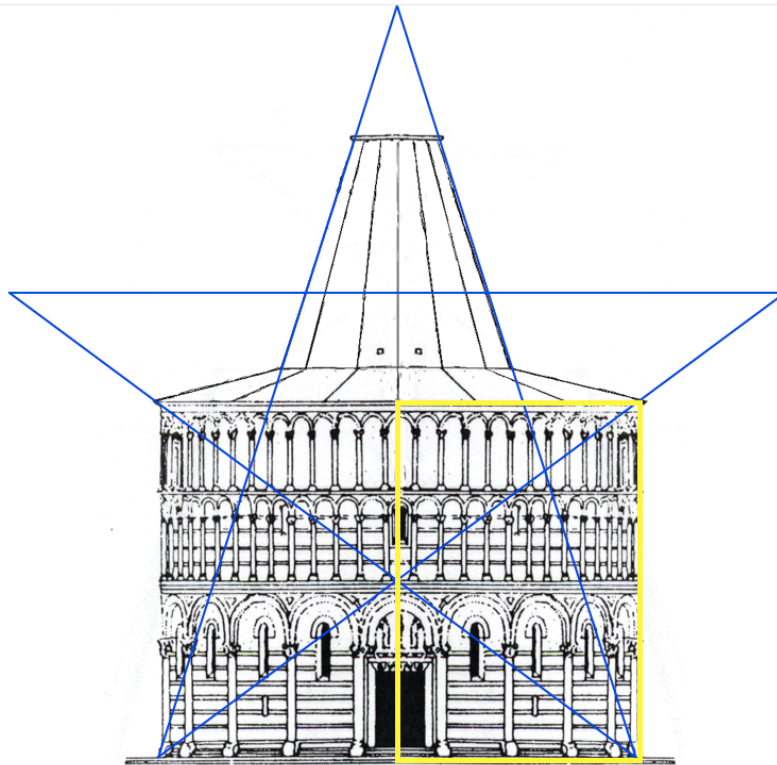


In particolare si riscontra che l'angolo formato dalla cupola dodecaedra interna con l'orizzontale di base è di 72 gradi e quello della punta in alto di 36 gradi. Il cerchio concentrico alla stella e tangente alla base del Battistero taglia la punta in alto e dà la forma caratteristica al Battistero.

Essendo la stella regolare pentagona generata dalla sezione aurea, l'intera griglia di riferimento è densa di rettangoli aurei di tipo 1 (giallo) e di tipo 2 (rosso).



Fino a tutto il 1300 il Battistero era aperto in alto (diametro di circa 7 metri) per raccogliere l'acqua piovana nel fonte battesimale. La cupola semisferica fu aggiunta alla fine del 1300 ma fino a quel momento gli esperti suppongono che il Battistero apparisse come in figura secondo il disegno originario di Deotisalvi. La stella come griglia di riferimento è qui ancora più evidente: si noti in particolare come l'altezza del *cilindro* coincida con l'incontro dei lati obliqui della stella da cui risulta che il raggio e l'altezza del cilindro sono in rapporto aureo (rettangolo aureo di tipo 1 in giallo).



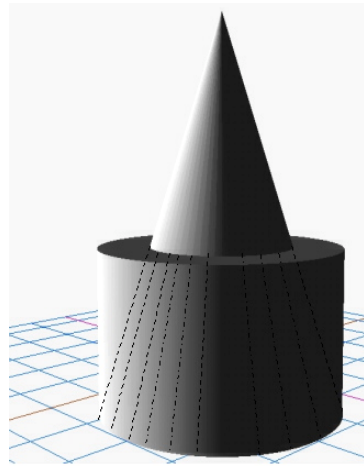
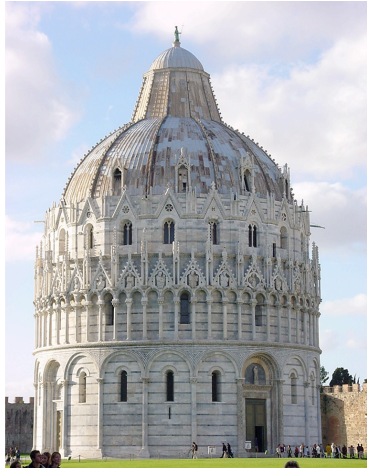
Ed ecco come in una ricostruzione al computer è presumibile che apparisse il Battistero alla fine del 1300 prima che fossero apportate le modifiche (aggiunta della cupola emisferica esterna e posa del cupolino sull'apertura per la presa dell'acqua piovana per il fonte battesimale) che lo portarono all'attuale situazione.



E' qui molto evidente il gioco di raccordo delle 60 colonnine tra i 20 archi della base ed i 12 spicchi del tetto e della cupola a tronco di cono dodecaedro: 3 per ogni arco alla base, 5 per ogni spicchio della cupola a tronco di cono.

Della stella, dall'esterno, nella versione attuale del Battistero rimane solo una parte tra la cupola ed il cupolino.

La geometria spaziale utilizzata per il Battistero è dunque un cono (o una piramide dodecaedra che è molto vicina ad un cono) inserito in un cilindro di stessa base e di altezza tale essere in rapporto aureo con il raggio.

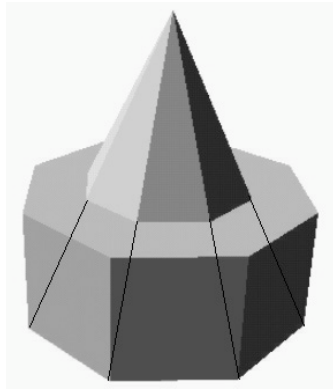


Va da sé che l'angolo al vertice del cono è di 36° e cioè quello della stella pentagona regolare che si costruisce dalla sezione aurea.

San Sepolcro

Qualche tempo prima, nei primi anni del 1100, Deotisalvi aveva costruito la chiesa del Santo Sepolcro, la *Chiesina ottagonale* sul Lungarno Galilei. Edificata per l'ordine gerosolimitano di San Giovanni Battista, la figura dell'ottagono fu scelta proprio perché simbolo templare che richiamava la Terrasanta. Deotisalvi aveva usato la stessa geometria spaziale anche per San Sepolcro: in questo

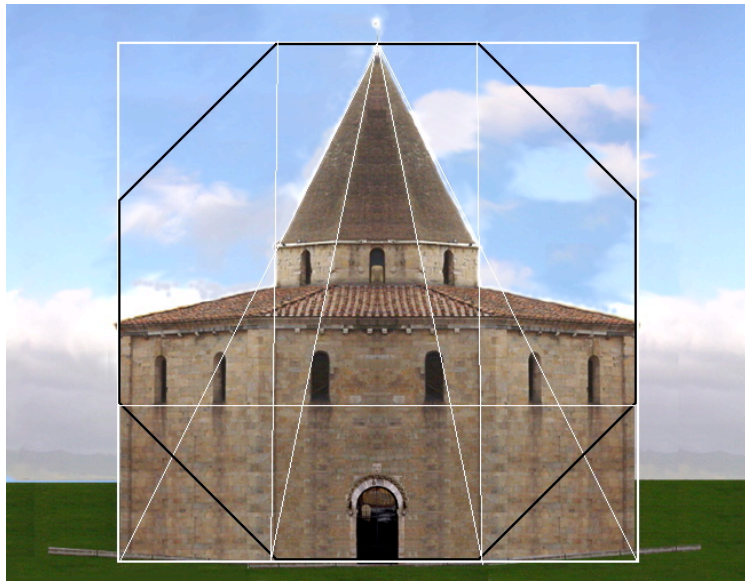
caso la figura conica è una piramide ottagonale ed il *corpo cilindrico*, un parallelepipedo ottagonale. Il gioco dei solidi è lo stesso usato in seguito per il Battistero. Quello che cambia è il numero di lati.



Questo è San Sepolcro come appare *di qua d'Arno* nell'unica posizione prospettica che consente una ricostruzione al computer come apparirebbe se collocato in uno spazio libero.



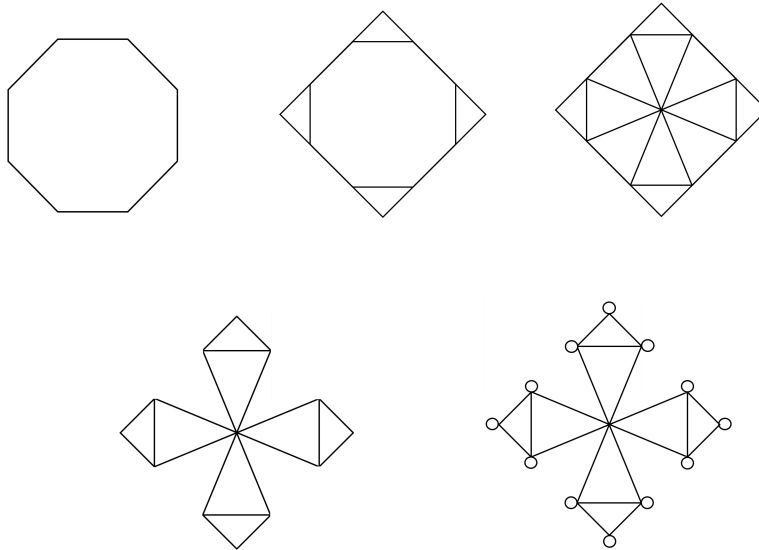
Ricostruzione nella quale ho dovuto tenere di conto non solo degli edifici intorno ma anche del rialzamento del livello originario dei lung'Arno avvenuto alla fine dell'800.



Appare evidente che l'ottagono sia la figura geometrica piana non solo della pianta ma anche dell'alzato. Questo significa che il monumento è contenuto esattamente in un *cuo* toccato dal vertice della cuspide piramidale nel centro della *superficie quadrata superiore*. Se idealmente prolungati, gli spioventi della piramide raggiungono esattamente i vertici inferiori dell'ottagono di base. L'altezza delle finestre e l'inclinazione del tetto dipendono da linee di raccordo e diagonali dei vertici laterali dell'ottagono.

Se anche il modello ed il gioco di incastri dei solidi (vedi pag. 111) è lo stesso utilizzato nel Battistero, tuttavia in San Sepolcro non si ravvede l'uso della sezione aurea. E giustamente, perché qui il modulo usato è il quadrato caratterizzato dalla $\sqrt[2]{2}$ e non il pentagono caratterizzato dalla $\sqrt[2]{5}$.

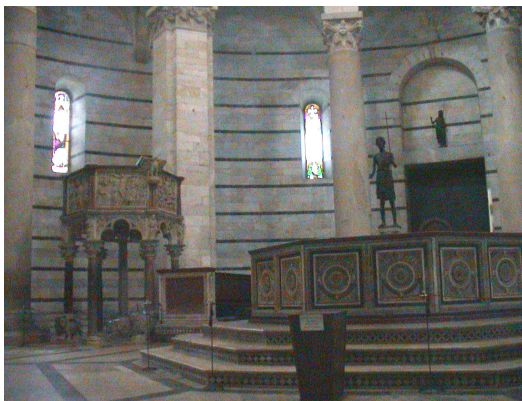
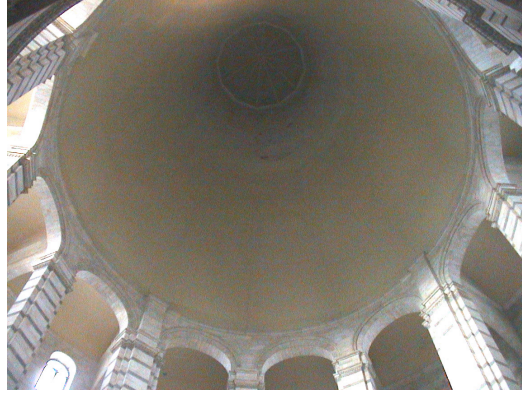
Epilogo



L'acustica del Battistero

Il Battistero di Pisa è famoso, oltre che per l'unicità del contesto architettonico cui appartiene, anche per alcuni fenomeni acustici che già dal secolo XVIII, nelle descrizioni e guide di Pisa, vengono riferiti come *strabilianti*. L'interno del Battistero costituisce un clamoroso esempio di ambiente riverberante che ha attratto l'attenzione di studiosi e scienziati [20].

La coda sonora, di durata superiore alla decina di secondi, si spiega facilmente in base alla classica formula di Sabine (vedi più avanti) considerando il grande volume, circa 28.300 m^3 , e le caratteristiche geometriche, costruttive e decorative dell'edificio. Le superfici del paramento interno sono caratterizzate da elementi marmorei che rivestono gli archi, i pilastri, le colonne del vano centrale, del pavimento e delle pareti perimetrali, mentre le volte in muratura dei deambulatori e l'alta cupola conica sono trattate ad intonaco. Si ha quindi uno scarso assorbimento dell'energia sonora con conseguente esaltazione del fenomeno della riverberazione.



In questo straordinario ambiente sonoro una delle esperienze acustiche più semplici, ma di grande impatto emotivo sul visitatore, consiste nell'eseguire con la voce una successione melodica di note staccate e di ascoltare il suono riverberato che ne segue.

È possibile percepire distintamente per alcuni secondi i suoni originari persistere nell'ambiente per poi fondersi nell'accordo, dando luogo ad un evento sonoro che, pure se prevedibile, stupisce sempre per la qualità timbrica.

Originariamente il Battistero era aperto nella parte centrale della cupola per raccogliere l'acqua piovana nel fonte battesimale al centro del pavimento; in seguito, sull'apertura in alto fu edificata una cupola. La chiusura creò di fatto una nuova configurazione volumetrica (cilindro + tronco di cono dodecaedro + piccola emisfera) che dette vita ad un gioco di echi e di riverberi in base ai quali un suono emesso perdura per circa 15 secondi prima di estinguersi. Per questo il Battistero si comporta come un particolarissimo *dispositivo* di accumulo di suoni.

Anche se le più evidenti, non sono queste le sole caratteristiche acustiche del Battistero; perciò, come una canna opportunamente eccitata con il soffio diventa flauto o clarinetto ed una corda tesa diventa chitarra o violino, così il Battistero, per la complessità e la varietà dei suoi comportamenti acustici, può diventare lo *strumento-battistero* con le sue specifiche caratteristiche sonore. Con queste conoscenze diventa possibile comporre ed eseguire musica che solo lì può prendere vita.

Da quando il progetto prese vita dalle indagini preliminari di Silvano Buralassi, sono stati fatti studi sperimentali e di simulazione delle risposte del Battistero a sollecitazioni elettroacustiche.

In una prima fase sono state effettuate alcune misurazioni volte a definire le caratteristiche acustiche principali all'interno del Battistero con le risorse strumentali e le competenze presenti nei

nostri laboratori di Analisi dei Segnali ed Immagini e del computerART project dell'Istituto di Scienza e Tecnologie dell'Informazione (I.S.T.I. A.Faedo) dell'Area della Ricerca CNR di Pisa insieme al Dr. Graziano Bertini ed al Dr. Massimo Magrini.

Per una più accurata analisi delle caratteristiche acustiche del Battistero ci siamo poi avvalsi delle più sofisticate apparecchiature e dell'esperienza dei nostri colleghi del Laboratorio di Acustica Musicale ed Architettonica della Fondazione Scuola di S. Giorgio, C.N.R., Fondazione CINI di Venezia, Dr. Domenico Stanzial, Ing. Diego Gonzales e Dr. Stefano Bonsi [21].

Le indagini acustiche hanno dato le giuste indicazioni per una accurata comprensione e valorizzazione delle caratteristiche acustiche del Monumento attraverso la realizzazione del progetto *Siderisvox*.

Acustica, psico-acustica ed elettro-acustica

E' noto che l'acustica è la parte della Fisica che studia il suono nelle sue manifestazioni e caratteristiche e nei suoi effetti sull'uomo. Questo porta a dire che il fenomeno sonoro ha in realtà un duplice aspetto: quello oggettivo, misurabile matematicamente secondo precise grandezze fisiche e quello percettivo, relativo alla sensibilità dell'apparato uditivo dell'uomo. Il primo aspetto è dominio di indagine della fisica acustica mentre il secondo è dominio di indagine della psico-acustica che mette in relazione il fenomeno fisico con le reazioni sensoriali dell'uomo [22].

Il suono in sé, e cioè il fenomeno acustico oggettivo, è dovuto alla perturbazione dello stato di un fluido o di un corpo solido ed è il risultato dello stimolo indotto nell'orecchio dalla vibrazione di particelle d'aria causata da oggetti in movimento. Tutto ciò che si muove provoca uno spostamento delle particelle d'aria circostanti che a loro volta provocano lo spostamento di quelle a loro vicine e così via, creando micro-zone momentanee di maggiore e minore

pressione rispetto a quella d'ambiente dovuta, rispettivamente, all'accumulo ed alla rarefazione delle particelle d'aria stesse. Quando le particelle d'aria in movimento incontrano qualche altro corpo solido, come il timpano dell'orecchio, questo viene messo in movimento per *simpatia* (*syn-pàthos*, sento insieme) in ragione della sua conformazione e della distanza dall'oggetto-sorgente.

In particolare, se il modo in cui si muove l'oggetto-sorgente è caratterizzato da un'oscillazione periodica intorno ad un punto centrale e il corpo solido che viene investito dai continui cambiamenti di pressione è il timpano dell'orecchio dell'uomo, il fenomeno viene percepito appunto come *suono*.

Nel dominio della percezione uditiva i parametri relativi alla velocità (o frequenza) di oscillazione e all'intensità di un segnale sonoro corrispondono ad altezza e volume e per entrambi i parametri la relazione che intercorre tra dominio percettivo e dominio fisico non è lineare. Infatti, all'aumentare della frequenza di un segnale sonoro aumenta anche la relativa percezione di altezza; ma una variazione di 100 Hertz (Hertz = Hz = numero di oscillazioni al secondo), ad esempio tra 1200 Hz e 1300 Hz, non provoca la stessa sensazione di variazione come quella tra 100 Hz e 200 Hz.

La relazione che intercorre tra frequenza e altezza è di tipo (approssimativamente) esponenziale e quindi, per poter percepire la stessa variazione rilevata tra i 100 Hz e i 200 Hz (salto di un'ottava musicale dove si ha un raddoppio della frequenza) è necessario passare da 1200 Hz a 2400 Hz (in realtà le cose sono più complesse, ma non è questa la sede per andare oltre).

Le stesse considerazioni valgono per l'intensità sonora: l'orecchio umano è in grado di percepire intensità sonore in una gamma molto ampia di variazione che va dal battito di ali di una zanzara a quello di un'esplosione. Essendo l'intervallo di variazione compreso tra 1 milionesimo-di-milionesimo (10^{-12}) di Watt/m² ed 1 Watt/ m², si preferisce misurare l'intensità sonora in scala logaritmica del

rapporto tra la misura vera e propria ed una di riferimento e cioè in decibel (dB).

Se l'acustica è scienza esatta espressa con il linguaggio della matematica, la psico-acustica coinvolge invece la sfera del soggettivo e cioè la sensazione che l'uomo prova a determinati stimoli sonori. Per cui, mentre è possibile dire esattamente qual è l'altezza di un suono (in musica dal grave dei contrabbassi agli alti dei violini e degli ottavini) non è invece possibile definire quantitativamente il timbro di un suono al quale perciò ci si riferisce per analogia agli altri sensi: vista, gusto, tatto.

E così un suono può essere definito morbido, brillante, piatto, pastoso, metallico, etc.. con caratterizzazioni del tutto soggettive e decisamente sfuggenti ad una classificazione di tipo fisico-matematico. Esistono tuttavia modelli e metodologie basati sull'analisi spettrale del suono attraverso cui caratterizzare il timbro di un suono.

Nel mondo naturale in cui le sorgenti sonore sono costituite dai rumori provocati dai fenomeni atmosferici e da oggetti in movimento, dal verso degli animali, dalla voce umana, dal suono degli strumenti musicali, grande importanza assume *il dove* il messaggio sonoro viene generato e percepito: l'ambiente infatti trasforma e caratterizza il suono [23].

Allo stesso tempo, l'ambiente caratterizza se stesso attraverso il suono: il rumore dei passi in un bosco con le foglie d'autunno appena cadute suonano in maniera del tutto diversa dai passi all'interno di uno grande spazio chiuso come quello di una chiesa.

E' per questo che la fruizione del messaggio musicale è fortemente dipendente dall'ambiente in cui avviene l'evento e spesso si sceglie il luogo più adatto in funzione della musica stabilita da eseguire o, viceversa, si sceglie una certa tipologia di musica in funzione di un certo luogo prestabilito. Queste sono considerazioni che valgono ad esempio per brani di musica operistica dove i cantanti spaziano con

la loro voce per un raggio d'azione di una ventina di metri in un ambiente poco riverberante come è il Teatro all'italiana che garantisce l'intelligibilità del testo. Per canti corali è invece richiesta un ambiente riverberante per assicurare una intima fusione con l'ambiente che porta tra l'altro alla perdita della percezione della direzione di provenienza del suono.

Nel Congresso di Ferrara del novembre 1998, l'acustica dei Teatri d'Opera all'italiana è stata dichiarata Bene Culturale: in particolare, nella "Carta di Ferrara" per la tutela, la valorizzazione e la fruizione del patrimonio acustico dei Teatri Storici Italiani redatta a cura del CIARM (Centro Interuniversitario di Acustica e Ricerca Musicale) anche in seguito agli eventi che hanno visto la distruzione dei Teatri Petruzzelli di Bari e La Fenice di Venezia, si legge [24]:

.....l'acustica in questo contesto può essere a buon titolo considerata una branca della scienza della comunicazione ed in particolare l'acustica dei teatri italiani definisce, di fatto, l'unica chiave che permette l'accesso alla piena comprensione del linguaggio musicale tipico dell'opera lirica. Tale linguaggio raggiunge il suo più alto grado di espressione e comunicazione tra i compositori, gli esecutori e gli ascoltatori finali quando viene codificato e trasmesso nelle sale dei teatri all'italiana. La forma di queste sale è stata infatti ricercata in funzione soprattutto della loro acustica e quest'ultima quindi costituisce il vero bene culturale da salvaguardare.....

Esistono perciò particolari tecniche e particolari strumentazioni atte ad indagare l'acustica di ambienti di diversa natura, forma e dimensione. Ed è possibile fare riferimento ad un'ampia letteratura sulle metodologie e sulle procedure da seguire in particolare per quello che riguarda l'acustica di Teatri d'Opera e di Cattedrali [26,27].

Tali procedure sono note come Norme Standard ISO 3382/75 e ISO/FDIS 3382/97 e stabiliscono le modalità di rilevamento mono-aurale e bin-aurale della risposta all'impulso ed a varie frequenze

campione nell'intervallo dello spettro udibile. Esse portano alla caratterizzazione dell'ambiente in termini di valori parametrici prefissati nello Standard come: il tempo di riverbero, la correlazione incrociata inter-aurale, il tempo di ritardo iniziale, il rapporto tra energia e chiarezza, la robustezza del suono e l'intensità percepita, la spazialità, la direzionalità [27].

Il campo sonoro di un ambiente, e cioè la risultanza della sovrapposizione di più sorgenti sonore, è determinato essenzialmente dalla sua geometria interna e dal materiale di cui è costituito e/o rivestito l'ambiente stesso. I fronti d'onda sonora che investono l'ascoltatore provengono, in primis, direttamente dalla sorgente sonora e, successivamente, dalle prime, seconde, terze, etc. riflessioni del suono sulle pareti e più in generale su tutti i volumi presenti nell'ambiente. Da notare poi che ciascuna riflessione veicola informazioni acustiche del materiale e della geometria su cui è avvenuta la riflessione.

La modalità di misurazione di un campo sonoro è proceduralmente semplice: si genera un evento sonoro noto (tipicamente un impulso breve ed intenso come lo sparo di pistola a salve) e si analizza l'effetto risultante. Complessa e costosa è invece la strumentazione necessaria ad eseguire le misurazioni.

La modalità di misura in questione è in stretta relazione con quelli che vengono definiti i sistemi *lineari tempo-invarianti* (LTI = Linear Time Invariant). Senza ricorrere qui alla definizione formale di sistema LTI, del resto ben nota agli specialisti [28,29], si ricorda che un sistema è lineare quando la misura del risultato della sovrapposizione di due eventi sonori è uguale alla sovrapposizione delle misure degli eventi eseguite separatamente. Vale cioè il principio della sovrapposizione degli effetti.

L'invarianza al tempo stabilisce che la misura del risultato ad un evento sonoro fatta ora, è uguale a quella fatta in momenti precedenti o che si farà in momenti successivi. Nella realtà, gli

ambienti non sono del tutto tempo-invarianti perché soggetti a modificare le modalità di riflessione delle pareti e degli elementi interni a causa delle variazioni di temperatura, della pressione barometrica, dell'umidità e della presenza e posizione delle persone vestite con differenti tipologie d'abbigliamento in relazione alla stagione dell'anno.

In ogni caso, dal momento che esiste una precisa formalizzazione ed una ricchissima letteratura relativa ai sistemi LTI e che esistono dei limiti all'interno dei quali è possibile approssimare la tempo-invarianza di un ambiente, si possono utilizzare gli strumenti matematici sui quali si fonda tale formalizzazione e cioè, sostanzialmente, la Trasformata di Fourier (TdF) di un segnale e la Convoluzione di due segnali. Ancora una volta, senza ricorrere alle definizioni formali di questi due strumenti matematici, ne ricordiamo a parole le funzionalità ed i modi di utilizzo.

Si è detto che il suono è il risultato di una variazione di pressione dell'aria: il fenomeno acustico si svolge nel tempo e si rappresenta perciò come segnale dato da una successione di valori (segnali discreti). Ma per analizzarne le caratteristiche si passa ad una rappresentazione statica espressa in termini di valori percentuali delle componenti frequenziali dal grave all'acuto presenti in quel suono: tale insieme di valori si chiama spettro.

Così come si analizza un'acqua misurando il pH e le percentuali di sali minerali presenti nel liquido, si analizza (dal greco, *si scompone*) il segnale relativo ad un suono producendo una nuova rappresentazione attraverso il procedimento matematico chiamato Trasformata di Fourier. Ma segnale e spettro altro non sono che due diverse rappresentazioni matematiche dello stesso fenomeno: infatti, se il segnale rappresenta il suono come variazione di pressione nel dominio (e cioè al trascorrere) del tempo, lo spettro rappresenta il suono come insieme dei valori delle componenti elementari (seni e coseni) nel dominio delle frequenze.

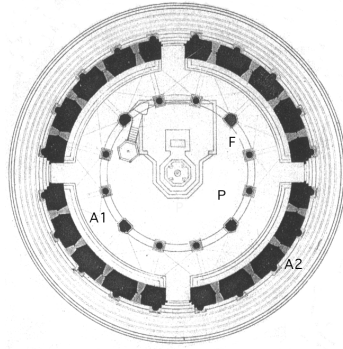
Questa dualità rappresentativa del suono in segnale e spettro, trova anche una qualche corrispondenza nella fisiologia dell'orecchio: il timpano rileva le variazioni di pressione dell'aria ed è perciò legato al dominio del tempo e cioè al segnale. Il segnale rilevato dal timpano (orecchio esterno) viene trasmesso dall'orecchio medio (il sistema di ossicini martello, incudine e staffa) alla coclea che è l'organo dell'orecchio interno a forma di chiocciola. La coclea ha al suo interno un numero grandissimo di ciglia di lunghezza diversa a scalare come le corde di un'arpa. Le ciglia della coclea vengono eccitate dalla variazione di pressione rilevato dal timpano e ciascuna vibra in ragione della presenza in quel suono dell'intensità di singole vibrazioni elementari [30]. In questi termini la coclea *esegue la TdF* del segnale proveniente dal timpano.

La Convoluzione è uno strumento matematico che serve a fondere intimamente due segnali sonori e non ha corrispondenza nel mondo naturale dove i suoni si miscelano sovrapponendosi come succede, in campo visivo, nella sovrapposizione di due disegni su carta trasparente. L'operazione di convoluzione è caratterizzata dall'avvolgersi di un segnale sull'altro. Se si ha, ad esempio, il segnale relativo alla risposta all'impulso di un ambiente (teatro, chiesa, etc.) ed il segnale di uno strumento musicale completamente asciutto e privo di riverberi, è possibile costruire un segnale che simuli l'effetto di quello strumento suonato in quell'ambiente attraverso la convoluzione dei due segnali.

Convoluzione e TdF sono i meccanismi matematici su cui si fonda tutta la teoria dell'elaborazione digitale ampiamente utilizzato nel settore dell'audio professionale, dell'Hi-Fi commerciale, della telefonia cellulare e della trasmissione su Internet di brani musicali secondo lo Standard MP3.

L'indagine acustica

Dopo una prima fase di analisi teorica eseguita sulla base della geometria interna del Battistero, è stata decisa una strategia di misurazione e di verifica sperimentale dell'acustica sulla base delle normative ISO3382 che prevedono varie modalità operative basate principalmente su quattro differenti approcci: - a) analisi in tempo reale; - b) registrazione di risposte all'impulso e successive analisi; - c) deconvoluzione di un segnale pseudo-casuale; - d) spettrometria



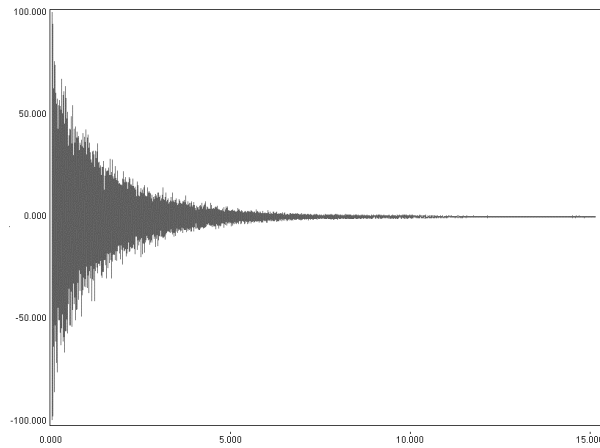
a ritardo di tempo. La prima esperienza è consistita nel generare un impulso sonoro tramite lo sparo di un colpo di pistola a salve nel punto P della pianta del Battistero. Il segnale risultante è stato ripreso in posizione F con il fonometro (un microfono di precisione) rivolto verso l'alto. Non potendo ragionevolmente eseguire più prove di spari all'interno del

Battistero, la scelta della posizione dove eseguire lo sparo è stata fatta in maniera arbitraria seguendo la suggestione piuttosto che considerazioni analitiche precise. Monsignor Buralassi ci fece notare che esiste sul pavimento del Battistero un disegno scolpito a forma di freccia rostrata che sembra indicare, alzando lo sguardo, una *bocca che canta* sul capitello della colonna di sinistra della porta del Battistero rivolta verso nord.

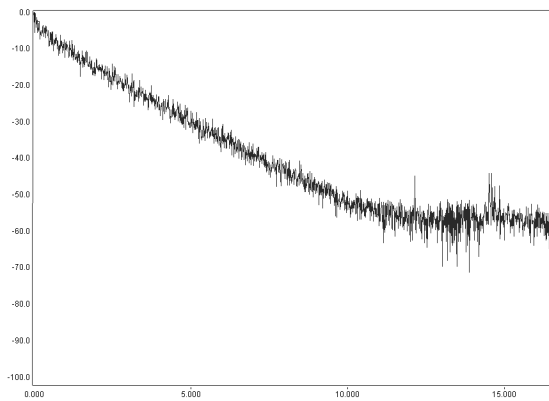
Immaginandola come una indicazione per ottenere il miglior risultato alla riverberazione, abbiamo scelto questa posizione per eseguire lo sparo di pistola a salve verso l'alto.



Il segnale relativo allo sparo è stato registrato e successivamente riportato nel grafico qui di seguito.



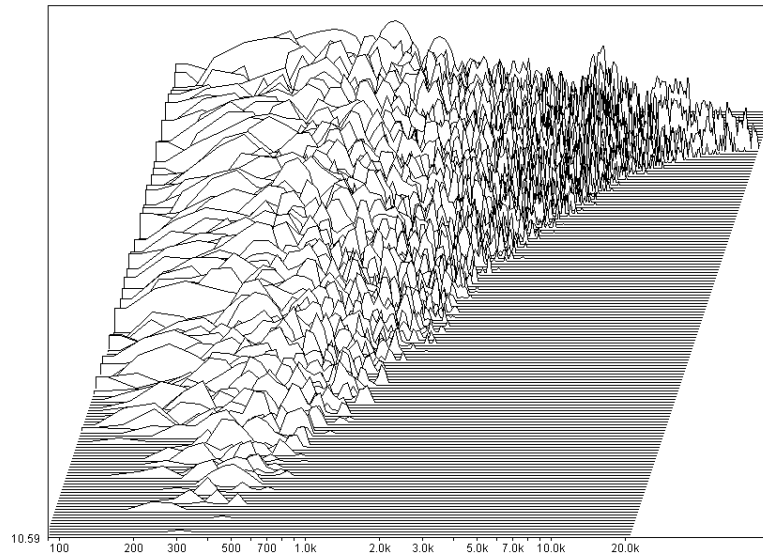
Si rileva la natura chiaramente esponenziale negativa del decadimento dell'energia sonora dopo lo sparo, del resto confermata nel successivo grafico che in scala logaritmica presenta un andamento decisamente lineare.



In questa secondo grafico è possibile rilevare come la soglia di -60dB stabilita dalle norme ISO 3382 per definire l'avvenuto decadimento dell'energia sonora, è posizionato all'intorno dei 14

secondi. Il tempo di risposta all'impulso del Battistero è perciò intorno a 14 secondi.

Il segnale dello sparo è stato analizzato mediante Trasformata di Fourier (TdF) e qui riportata.



La TdF è stata applicata a porzioni successive (frames) della durata di 0,25 secondi del segnale originario: di ogni frame temporale la tabella riporta la trasformata a partire da quella sullo sfondo (tempo 0) a quella in primo piano (13 secondi). Si può vedere che le frequenze più alte (sulla destra nella tabella) decadono più velocemente e dopo circa 10 secondi anche le frequenze più basse decadono fino a scomparire, lasciando le frequenze intorno a 400Hz il tempo più lungo a risuonare. Questi risultati sono stati confermati dalla successiva indagine dove sono stati misurati i tempi di decadimento di frequenze campione in due posizioni diverse della sorgente sonora.

La norma internazionale ISO 3382 cui si fa riferimento per la caratterizzazione acustica di un ambiente fornisce indicazioni sulle

tecniche di misura e sui parametri descrittivi da rilevare. Come vedremo tra breve, tali parametri sono ricavabili da una elaborazione di una grandezza fondamentale, e cioè la risposta all'impulso di pressione sonora definita come la risposta ricevuta in un dato punto dell'ambiente per effetto di uno stimolo di pressione di tipo impulsivo (leggi: *colpo di pistola*). La norma in questione non fa distinzione fra i tipi di spazi oggetto d'indagine per cui è sempre opportuno adattarne l'applicazione al caso specifico.

L'importanza fisica e percettiva dei principali indicatori acustici è dovuta alla dipendenza di tali parametri dalla funzione di decadimento dell'energia legata alla pressione sonora. La grandezza è definita come la media statistica della pressione quadratica su un grande numero di campioni durante la fase che segue lo spegnimento di una sorgente di rumore bianco; essa è calcolabile in base alla relazione

$$\overline{p^2(t)} = \int_t^{\infty} g^2(t) dt$$

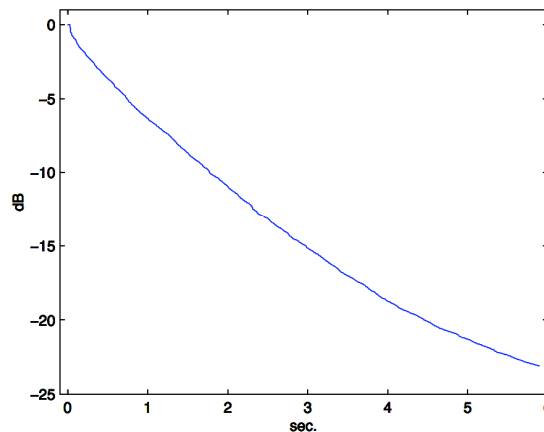
dove si è indicato con g la risposta all'impulso dell'ambiente in un dato punto di misura. In pratica, fissato a $t=0$ l'inizio del segnale di risposta all'impulso, l'integrale da un istante t generico ad un tempo infinito fornisce il valore che assumerebbe la pressione quadratica media in seguito allo spegnimento di una sorgente mantenuta stazionaria fino all'istante $t=0$.

Il tipo di andamento temporale del decadimento dipende dalle proprietà fisiche dell'ambiente in oggetto: nelle condizioni più semplici il fenomeno viene interpretato attraverso modelli di campo diffuso (teorie di Sabine e Eyring), in base ai quali l'andamento della pressione quadratica è di tipo esponenziale decrescente, con una costante di decadimento dipendente dalla geometria (superficie totale S e volume V) e dall'assorbimento medio del complesso dei materiali presenti. Il tempo di riverberazione T_{60} è stato definito da Sabine come il tempo necessario affinché il livello di intensità

sonora in un punto di un ambiente decada di 60 dB dopo l'interruzione del segnale. In pratica (anche se non rigorosamente corretto) questo parametro si rileva direttamente dall'esame della curva di $\overline{p^2(t)}$, e viene calcolato attraverso una interpolazione, sia perché il livello di 60 dB è quasi sempre sotto la soglia del rumore, sia perché la curva non segue un andamento di tipo esponenziale semplice: in pratica si rappresenta il decadimento in scala semilogaritmica e si esegue un fit lineare su di un intervallo di livelli che non comprenda il transitorio iniziale e la parte finale soggetta a rumore. In questa maniera il processo viene approssimato da un comportamento esponenziale decrescente ed il tempo di riverberazione posto uguale a

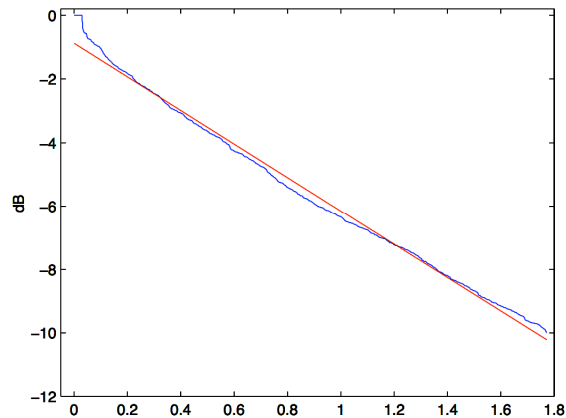
$$T_{60} = 60 \left(\frac{\Delta L}{\Delta t} \right)^{-1}$$

dove $\Delta L/\Delta t$ è la pendenza della retta di interpolazione espressa in dB/s considerando poi l'intervallo di estremi -5dB e -15 dB.



Per verificare quanto il decadimento si discosti da quello esponenziale si definisce anche il parametro EDT (tempo di primo

decadimento o Early Decay Time), che corrisponde al tempo di riverberazione ottenuto da un fit dei primi 10 dB della curva.

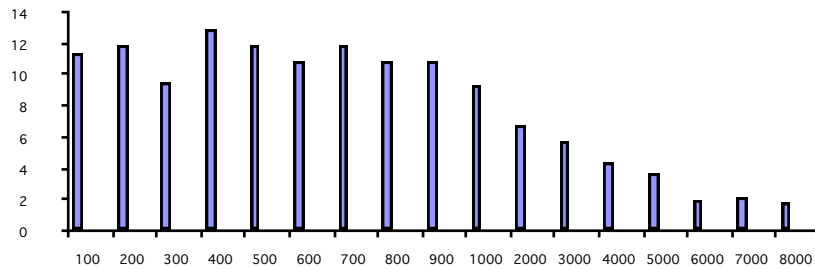


Dal tempo di riverberazione di un ambiente dipende l'adeguatezza dell'ambiente stesso all'esecuzione di un tipo di musica piuttosto che un altro; in generale si può dire che musica lenta e poco articolata si avvantaggia di tempi di riverberazione più lunghi mentre la musica veloce e ricca di note preferisce spazi con tempi brevi. L'utilità del parametro EDT si spiega psicoacusticamente considerando le modalità della percezione sonora umana: la formulazione soggettiva di un giudizio di qualità sull'ascolto valuta in misura preponderante la prima parte del decadimento del suono rispetto a quella finale.

La definizione convenzionale di tempo di riverberazione si basa sull'ipotesi della costanza del valore di T_{60} in ogni punto dell'ambiente in oggetto. Nella realtà fisica ogni punto del campo sonoro studiato viene investito da suono diretto e suono riverberato in diverse proporzioni: negli ambienti di grandi dimensioni questa diversità è molto accentuata [31] e determina la maggiore o minore bontà di un punto di ascolto rispetto alla sorgente.

La seconda esperienza è consistita nella generazione di segnali sinusoidali con la sorgente sonora posizionata in A1 rivolta verso il

centro del Battistero e con sorgente sonora posizionata in A2 e rivolta verso il muro perimetrale ad una distanza di circa 2 metri dal muro stesso. L'idea era quella di rilevare la risposta del monumento ad una serie di segnali di riferimento aventi diverse caratteristiche spettrali e di diffusione. La sequenza di frequenze è stata: 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1K, 2K, 3K, 4K, 5K, 6K, 7K, 8K Hertz e la risposta viene qui riportata nel grafico dove in ordinata c'è il tempo di riverbero misurato come intervallo di tempo dal momento in cui la sorgente sonora cessa di emettere suono fino al momento in cui il suono si è abbassato di 60dB.



Salvo lievi variazioni alle frequenze più alte, le misurazioni in A1 e A2 hanno dato gli stessi risultati. Anche in questa seconda serie di misurazioni è risultato che le frequenze più alte decadono più rapidamente e che la frequenza con maggiore durata è intorno ad 430Hz. Questa è infatti la frequenza caratteristica di risonanza del Battistero, del resto anticipata anche da considerazione analitiche sulle dimensioni e sulla geometria del monumento.

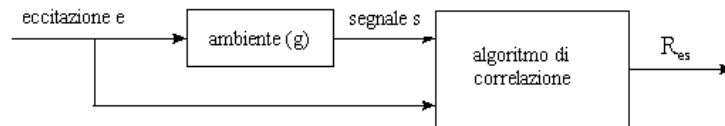
Metodologia e strumentazione

La misura delle risposte all'impulso non è stata eseguita mediante un'applicazione diretta della sua definizione (misura del segnale impulsivo) bensì attraverso una procedura più raffinata basata sulla determinazione della correlazione tra un segnale di eccitazione $e(t)$ ed il segnale ricevuto dall'ambiente $s(t)$. Anche se la complessa trattazione formale dell'argomento non può essere riportata in

questa sede, sarà opportuno delinearne i punti fondamentali. La definizione matematica di correlazione è la seguente:

$$R_{es}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(\tau)s(t+\tau)d\tau$$

Si tratta di una combinazione lineare dei segnali che esprime ad ogni istante il grado della loro relazione reciproca. Il diagramma a blocchi rappresenta la procedura di misura.



L'eccitazione viene inviata nell'ambiente attraverso una sorgente sonora (altoparlante) mentre il segnale di risposta viene rilevato da un microfono. Il sistema di acquisizione è strutturato in modo tale che i due segnali (e ed s) vengano processati in tempo reale per dare la grandezza R_{es} . Si verifica che la correlazione tra il segnale inviato e quello ricevuto è legata alla risposta all'impulso g attraverso la relazione di convoluzione

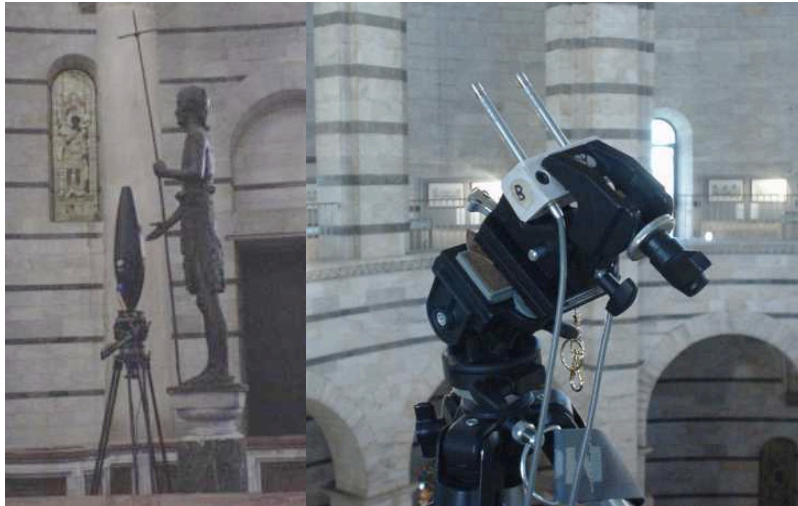
$$R_{es}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau)R_{ee}(t-\tau)d\tau$$

dove la grandezza R_{ee} è la autocorrelazione del segnale di eccitazione, operazione definita analogamente alla correlazione ma con e al posto di s . L'equazione permette di ricavare la risposta all'impulso se come eccitazione si usa un rumore bianco, ossia un segnale con uno spettro di frequenza costante. Dalle proprietà matematiche di questa eccitazione segue che $R_{es}(t) = g(\tau)$.

Perciò in definitiva la correlazione tra un'eccitazione costituita da rumore bianco e la corrispondente risposta ottenuta fornisce direttamente la risposta all'impulso. La tecnica appena descritta

viene usualmente implementata utilizzando, al posto di un comune rumore bianco di natura stocastica, uno stimolo discreto costituito da una sequenza binaria di impulsi, denominata MLS (*Maximum Length Sequence*).

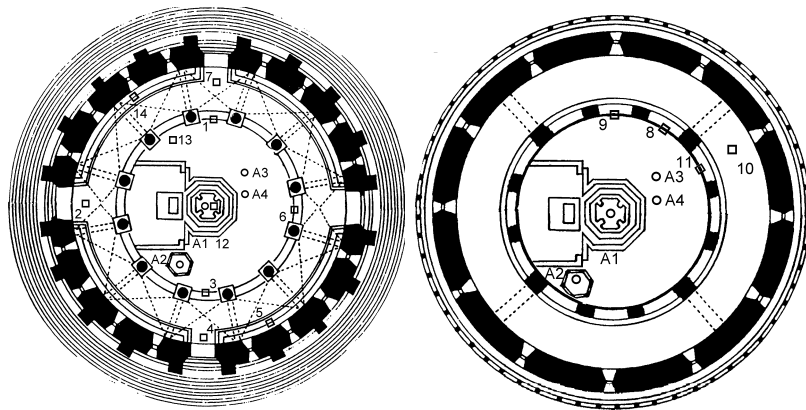
La principale caratteristica di questo segnale, che viene generato in maniera software e riprodotto nell'ambiente attraverso un'interfaccia audio, è quella di essere pseudo-random, ossia riproducibile in base ad algoritmi predefiniti ma in maniera tale da conservare le stesse proprietà spettrali del rumore bianco. In questo modo i processi di calcolo descritti precedentemente risultano più veloci e permettono di ottenere risposte all'impulso con un basso livello di rumore di fondo. Per la caratterizzazione acustica del Battistero di Pisa si è utilizzato un apparato sperimentale basato sulla metodologia appena descritta.



La Sorgente sonora B&K nella foto (a sinistra) è vicina alla statua di S.Giovanni mentre la Sonda intensimetrica è sul Pulpito.

I due processi fondamentali, la generazione dello stimolo MLS e l'esecuzione degli algoritmi di correlazione per ricavare le risposte all'impulso, sono implementate su un PC portatile per mezzo di un software specializzato all'elaborazione digitale del suono.

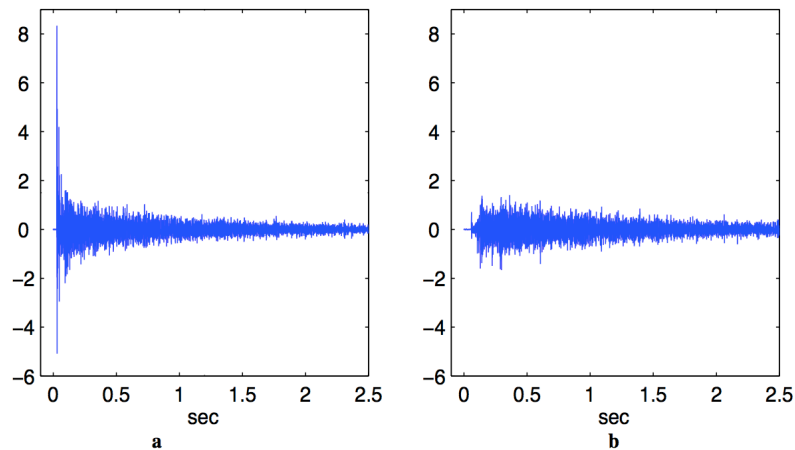
I componenti di trasduzione dei segnali provengono dalla casa di strumentazione acustica professionale Brüel & Kjær. In particolare, come sorgente sonora si è utilizzato il modello OmniSource e cioè un altoparlante ad alta potenza accoppiato ad una particolare collimatore conico che accentua le caratteristiche di omnidirezionalità della diffusione. Il dispositivo di ricezione è costituito da una sonda intensimetrica a due microfoni elettrostatici (mod. 4178). Quest'ultimo dispositivo è stato scelto per eseguire la misura di coppie di risposte all'impulso di pressione, e per poter sviluppare un'analisi approfondita del campo acustico considerando grandezze di tipo intensimetrico. Le configurazioni di misura sono rappresentate nelle figure seguenti delle piante del Battistero al piano terra e del matroneo.



Il cerchietto con numerazione progressiva indica le posizioni del ricevitore (11 al piano terra e 4 sul matroneo) ed il quadratino quella della sorgente. Più precisamente le posizioni della sorgente sono:

fonte battesimale (A1), pulpito (A2), freccia rostrata (A3), vicinanze della gradinata della fonte battesimale (A4).

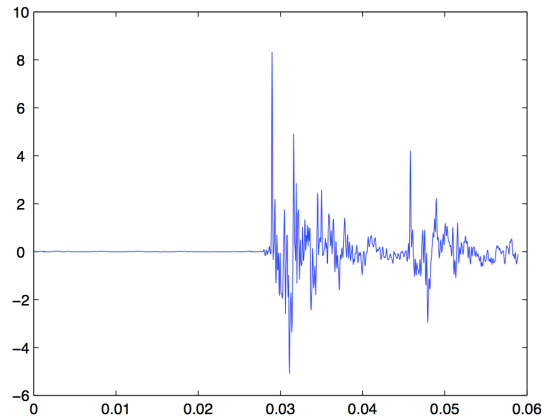
Il grafico seguente mostra nella parte a) i primi 2,5 secondi della risposta all'impulso ottenuta con la sorgente collocata in A1 ed il ricevitore posto nel punto 6 al piano terra; mentre la parte b) mostra, per la stessa posizione della sorgente, la risposta ottenuta collocando il ricevitore nel punto 10 all'interno del matroneo nel livello superiore.



Le risposte all'impulso consentono di distinguere nettamente la presenza del picco dovuto al suono diretto.

Tale picco è presente nel grafico a) e completamente assente in b), indicando chiaramente che nella corona circolare del matroneo non immediatamente prospiciente alle balconate il suono è costituito soltanto dalla parte riverberata.

La prossima figura mostra invece il dettaglio iniziale di circa 6 centesimi di secondo relativo al grafico a) appena visto.



Il grafico è caratterizzato da due zone distinte: nella prima i valori sono nulli per quasi 3 centesimi di secondo e stanno ad indicare il tempo trascorso dall'inizio dell'irraggiamento acustico prodotto dalla sorgente fino al rilevamento del campo nel punto di misurazione (sorgente in A1 e ricevitore in 6). Da notare che il calcolo della velocità del suono mediante i parametri ambientali rilevati in fase di misura (umidità, temperatura e pressione atmosferica), consente di stimare la distanza tra sorgente e microfono (circa 9.8 m). Nella seconda regione del grafico si evidenzia la vera e propria risposta impulsiva. Qui ogni picco secondario indica la presenza di una riflessione la cui interferenza con il suono diretto può portare a fenomeni di risonanza tali da alterare significativamente la qualità timbrica del suono. Come è noto infatti l'effetto delle riflessioni multiple è riconducibile ad un filtraggio iterativo di tipo *pettine* (*feedback comb filter*) con frequenza base uguale al reciproco del tempo di ritardo [32, p. 185].

La necessità di descrivere il bilancio fra suono diretto e riverberato ha portato alla definizione dei parametri di *Chiarezza*, *Definizione e Tempo baricentrico*. Tali parametri consentono di caratterizzare la

percezione sonora in relazione alla scala temporale caratteristica della propagazione dell'energia di pressione acustica.

L'indice di *Chiarezza* misura in unità logaritmiche il rapporto fra l'energia che giunge all'orecchio nei primi istanti, composta del suono diretto combinato con le prime riflessioni, e quella successiva, costituita di sole riflessioni. Il tipico intervallo di riferimento per la musica è di 80 ms. Generalmente per la musica tradizionale si considera ottimale un valore attorno 0 dB, valori di molto superiori danno origine ad una sensazione di suoni disgiunti mentre per valori negativi una successione di suoni viene percepita in maniera non articolata.

L'indice di *Definizione* è invece un rapporto percentuale che confronta l'apporto iniziale di energia all'orecchio (ad esempio nei primi 50 ms), con l'energia complessiva che giunge dall'inizio alla fine della ricezione del segnale. L'interpretazione è simile a quella della Chiarezza ma il parametro viene messo in correlazione con l'intelligibilità del parlato.

I due parametri appena definiti sono inevitabilmente affetti da un certo grado di arbitrarietà dovuto essenzialmente ai limiti di integrazione: allo scopo di ricavare indicazioni sul bilancio energetico su basi puramente fisiche si è introdotto il *Tempo baricentrico*, definito come la media della variabile tempo pesata dalla risposta all'impulso quadratica. Per completezza si riportano le definizioni formali dei tre parametri:

$$C_{80} = 10 \log \left(\frac{\int_0^{80ms} g(t) dt}{\int_{80ms}^{\infty} g(t) dt} \right) \quad D_{50} = 100 \frac{\int_0^{50ms} g^2(t) dt}{\int_0^{\infty} g^2(t) dt} \quad t_c = \frac{\int_0^{\infty} t g^2(t) dt}{\int_0^{\infty} g^2(t) dt}$$

Chiarezza [dB] Definizione [%] Tempo baricentrico[s]

La tabella seguente riporta i valori dei principali parametri oggettivi dell'acustica architettonica definiti precedentemente come: -tempo di primo decadimento (EDT), -tempo di riverberazione (T_{60}), -tempo baricentrico (t_c), -indice di chiarezza (C_{80}), -indice di definizione (D_{50}). La prima colonna indica la disposizione relativa sorgente-punto di misura per i valori dei parametri riportati rispettivamente nelle colonne successive.

Sorg-sonda	EDT (sec)	T_{60} (sec)	t_c (sec)	C_{80} (dB)	D_{50} (%)
A1-1	11.8	12.6	0.76	-6.2	16.2
A1-2	12.4	14.2	0.85	-9.0	7.7
A1-3	12.5	14.3	0.78	-6.0	15.6
A1-4	12.3	14.0	0.81	-7.2	12.6
A1-5	12.4	13.2	0.80	-6.6	13.5
A1-6	11.4	13.0	0.67	-5.1	19.1
A1-7	11.3	13.0	0.70	-6.2	15.2
A1-8	12.6	13.9	0.90	-9.1	9.5
A1-9	12.1	14.0	0.90	-9.5	8.1
A1-10	13.5	14.4	1.1	-17.5	0.48
A2-11	12.7	13.8	0.84	-8.0	9.3
A2-12	12.8	14.1	0.76	-6.1	15.6
A3-12	12.7	13.7	0.62	-3.1	28.8
A3-14	12.8	13.8	0.80	-7.6	10.3
A4-13	12.0	13.3	0.7	-4.4	22.0

Come si può vedere questi parametri non dipendono significativamente dalla posizione indicando che rispetto ad essi il Battistero si comporta in modo piuttosto omogeneo. L'unica osservazione riguarda l'indice C_{80} i cui valori sempre molto negativi evidenziano la non idoneità dell'ambiente per l'esecuzione di musica ordinaria.

La chiarezza tende ad aumentare quando sorgente e ricevitore sono a distanza ravvicinata (cfr. i casi estremi A3-12 e A1-10).

La seconda tabella riporta, per bande di ottava, i valori degli stessi parametri per la configurazione sorgente-ricevitore A1-5. In essa si può osservare che tutti i parametri (tranne l'indice di chiarezza, il cui valore assoluto aumenta invece monotonicamente con la frequenza) ottengono il loro valore massimo (minimo) nella banda di frequenza centrata a 250 Hz.

F(Hz)	63	125	250	500	1000	2000	4000
EDT (s)	11.8	12.6	14.3	12.5	9.7	4.7	2.4
T₆₀ (s)	11.1	11.7	14.2	12.2	9.4	4.7	2.4
t_c (s)	0.71	0.87	1.0	0.85	0.62	0.27	1.1
C₈₀ (dB)	-7.0	-9.1	-9.2	-8.0	-6.2	-2.2	1.8
D₅₀ (%)	5.8	6.4	7.6	10.9	15.5	30.3	49

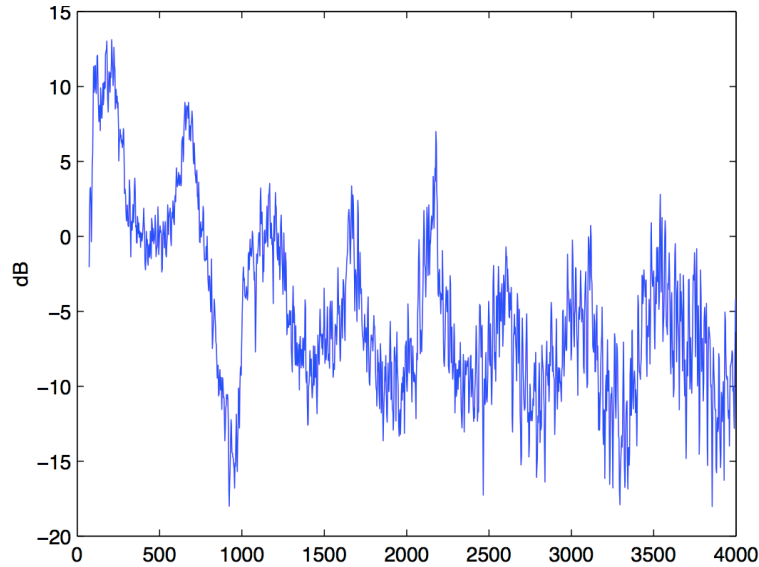
Osserviamo per finire il decadimento del suono nel Battistero è sostanzialmente esponenziale come confermano i valori molto simili di EDT e T₆₀. Il tempo baricentrico, il cui rapporto con il tempo di riverberazione è sempre inferiore al 7%, mostra inoltre che più di metà dell'energia del suono decade nel Battistero durante questa percentuale della durata complessiva della coda sonora.

È chiaro che le riflessioni secondarie più significative sono determinanti per la struttura della risposta in frequenza dell'ambiente che potrebbe quindi essere assimilabile a quello della cassa acustica di un gigantesco strumento musicale.

Si può osservare inoltre un'altra interessante caratteristica qualitativa della risposta impulsiva: la sua autosimilarità. Infatti, il primo gruppo di picchi compreso nell'intervallo intorno al tempo di 31 ms, sembra riprodursi identicamente a se stesso, ma con intensità ridotta, ad un tempo posteriore della risposta impulsiva (intorno a

45.1 ms). Questa riproduzione della stessa struttura a diverse scale è la caratteristica fondamentale dei fenomeni che conducono in modo naturale alla generazione di strutture di tipo frattale, il cui interesse è motivato dalle ricadute nell'ambito della valutazione estetica dei campi sonori.

Quest'ultima figura rappresenta la densità spettrale ottenuta dalla convoluzione di rumore bianco con la risposta in frequenza del Battistero calcolata dalla risposta impulsiva (configurazione A4-13).



E' molto interessante osservare che il grafico mostra una struttura regolare di massimi e minimi separati da una distanza di circa 500Hz. Tale struttura può dunque essere messa in corrispondenza ai fenomeni di riflessione multipla cui si è accennato in precedenza, per cui certe particolari frequenze risultano rafforzate o diminuite.

Data l'eccezionalità del Battistero di Pisa come luogo d'ascolto, viene a cadere l'opportunità di confrontare i valori dei parametri descrittivi con quelli di riferimento in letteratura. Per il tempo di riverberazione, ad esempio, nelle chiese adatte alla esecuzione di

musica organistica i valori di T60 ottimali si collocano fra 2 e 4 secondi. A fronte di un valore di T60 di una decina di secondi e oltre, come accade nel Battistero, neppure la musica per organo può essere ascoltata. Ciò avvalorava l'ipotesi (Burgalassi, 1997, pag. 75) che all'interno del Battistero si eseguisse solo canto monodico e che l'esecutore mantenesse l'intonazione, tra un versetto e l'altro, *prendendo la nota* dal riverbero dell'ambiente.

-.-

Un'ultima osservazione sull'acustica del Battistero, dovuta a Massimo Magrini che ha collaborato sia alle operazioni di analisi acustica del Battistero sia alla preparazione, l'esecuzione e la registrazione olofonica di *Siderisvox* del 23/24-06-06, è la seguente.

Data la sua geometria interna, il Battistero risponde acusticamente con due principali onde stazionarie: la prima, orizzontale, data dalla riflessione del muro perimetrale e percepibile con chiarezza in ogni punto al piano terra; l'altra, verticale, più sfumata in conseguenza alla forma a tronco di cono della cupola interna.

L'onda stazionaria orizzontale ha un periodo di 180 ms data dal rapporto tra il doppio diametro dell'interno del monumento e la velocità del suono ($61/340$) e percepibile anche nella registrazione del brano a circa 5min/32sec. L'onda stazionaria verticale è (teoricamente) di $54,5 \times 2/340 = 320$ ms, dove 54,5m è l'altezza al centro del Battistero. In questo caso, anche se meno veloce, si ha una percezione del fenomeno *ad orecchio* meno definita proprio perché la riflessione del suono in alto è in realtà un *ventaglio di riflessioni* come conseguenza della geometria conica della cupola interna del monumento. Quello che si percepisce come sovrapposizione dei modi orizzontale e verticale di oscillare, è comunque assimilabile al fenomeno del *battimento* ben noto in acustica che ha in questo caso una periodicità aurea in relazione ai tempi di oscillazione delle riflessioni orizzontale e verticale.

SiderisVOX, la musica

L'indagine oggettiva fin qui eseguita conferma che il campo riverberante all'interno del Battistero è in buona approssimazione di tipo sabiniano. Questa caratteristica tende a garantire l'uniformità energetica del suono per cui risulta poco rilevante la scelta dei punti di emissione sonora e di ascolto.

Soltanto la vicinanza dell'ascoltatore alla sorgente può produrre effetti percettivamente diversificati.

L'elevatissimo tempo di riverberazione, i grandi valori negativi dell'indice di chiarezza e la struttura autosimilare riscontrata nella risposta all'impulso, sono gli elementi acustici su cui si basa la composizione del brano musicale per battistero e computer[33].

La composizione musicale prende spunto dal significato religioso del monumento e utilizza gli elementi acustici, geometrici e architettonici di cui si è preso consapevolezza dai risultati dell'indagine qui riportati.

Nel capitolo *Il Battistero di Deotisalvi*, Laura Benassi ci ricorda come *cinque... è anche il simbolo dell'uomo....* Al di là di considerazioni più o meno esoteriche estranee a questa pubblicazione, è plausibile accettare la stella pentagona come simbolo della figura umana.

E per la composizione musicale non è tanto importante il fatto che esista precisa corrispondenza tra la stella aurea e le proporzioni auree del corpo umano, come nell'uomo di Vitruvio e nel Modulor di Le Corbusier, quanto il fatto che si riconosca nella stella il simbolo della nascita e l'elemento di raccordo tra la figura umana e la struttura del Battistero.

Quello che ora risulta interessante è utilizzare la suggestione del simbolo *stella-uomo* in relazione all'acustica e alla geometria del Battistero.

E anche qui, senza voler trovare ad ogni costo precise coincidenze nelle numerazioni del Battistero con i ritmi della Natura (in ogni caso sicuramente presenti nell'intera Piazza dei Miracoli intesa come *orologio cosmico*) è innegabile che la struttura circolare del Battistero suggerisce da sé una poli-ritmia scandita dalle quattro porte, i venti archi, le sessanta colonnine e le dodici colonne che *generano* la piramide dodecaedra e i dodici finestroni.

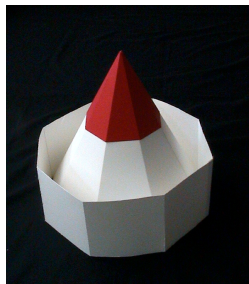
Il brano *Siderisvox* prende ispirazione da tutti questi elementi simbolici, geometrici ed architettonici per dare voce al Battistero a raccontar se stesso.

Per eseguire il brano Siderisvox sono stati collocati all'interno del Battistero 6 diffusori acustici amplificati che emettevano suoni di sintesi privi di eco e di riverbero preparati al computer (traccia 2 del CD) dando vita alla composizione musicale [23,33,34] attraverso le caratteristiche acustiche riverberanti del monumento (traccia 1 del CD) studiate e analizzate in precedenza. Il computer generava in sequenza suoni completamente privi di eco e di riverbero, sulla base di uno storyboard preparato in studio tenendo presente i risultati dell'analisi acustica e le indicazioni simboliche più volte menzionate. Il concerto ha avuto luogo il 23 e 24 giugno 2006 (S.Giovanni) con 12 repliche alla presenza di circa 250 ascoltatori per volta per non alterare l'acustica del Battistero.



Il gioco di incastri

Battistero



San Sepolcro

Bibliografia

- [1] Pierotti P., Benassi L., *Deotisalvi. L'architetto pisano del secolo d'oro*, Pisa, Pacini, 2001.
- [2] Hancock G., *Lo specchio del cielo*, Milano, Corbaccio, 1998.
- [3] Burgalassi S., *Alle radici del futuro*, Edizioni ETS, Pisa (1997).
- [4] Burgalassi S., *La Piazza del Duomo orologio cosmico e calendario astronomico*, in *Physis, Rivista internazionale della Scienza*, XXX, 2-3, 1993, pp. 415-447.
- [5] Burgalassi S., Zampieri A., *Pisa e il computo metrico del tempo. Una rivisitazione astronomico-storica del Capodanno pisano*, Edizioni ETS, Pisa (1998).
- [6] Pierotti P., *Paradigmi di architettura. Manuale critico di storia dell'edificazione*, Pisa, Plus, 2005, p.134.
- [7] Vitruvius Pollio, *De architectura*, a cura di P. Gros, Torino, Einaudi, 1997.

- [8] *Architettura islamica e orientale: note e contributi*, a cura di L. Zangheri, Firenze, Alinea, c1996.
- [9] Coppola G., *La costruzione nel medioevo*, Pratola Serra, Elio Sellino, 1999, p.44.
- [10] Maragone B., *Gli Annales pisani*, a cura di M. Lupo Gentile, Bologna, Zanichelli, 1936.
- [11] Archivio di Stato di Pisa (ASPi), *Dipl. Roncioni*, 1221 settembre 21, n. 174.
- [12] Archivio Opera della Primaziale di Pisa (AOPi), *Mandati di uscita*, dal 1841 al 1856.
- [13] E. Carli, *Giovanni Pisano*, Pisa, Pacini, 1977, p.41.
- [14] Bacci P., *Per la istoria del Battistero di Pisa*, Pisa, F. Mariotti, 1919.
- [15] ASPi, *Dipl. Opera del duomo*, n.1082, 1394-1396, n.171.
- [16] David Speiser, *The Symmetries of the Battistero and the Torre Pendente*, estratto dagli Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Pisa, 1994 (XXIV, 2-3), pp. 511-564.
- [17] Mario Livio, *The Golden Ratio*, Broadway Books, New York, 2003
- [18] Jean-Paul Delahaye, *Le fascinant nombre π* , Bibliotheque Scientifique, Belin, Pour la Science, ISBN: 2842418255
- [19] Lucio Russo, *La Rivoluzione dimenticata, il pensiero scientifico greco e la scienza moderna*, Universale Economica Feltrinelli, 2003
- [20] Jeans Sir J., *Science & Music*, Dover Publications, Inc., New York (1968).
- [21] Stanzial D., Gonzales D., Bonsi D., *Resonance Monitoring by means of Modal Sound Intensity in the Baptistery at Pisa*, Proceedings of ISMA 2000, Perugia
- [22] Roeder J.G., *Introduction to the Physics and Pscophysics of Music*, Heidelberg Science Ed. Springer-Verlag, 1979

- [23] Tarabella L., et alii, *Informatica e Musica*, Jackson Libri, Milano, 1992
- [24] Autori vari, *L'acustica dei Teatri: un bene culturale*, Atti del Convegno, Ferrara, 1998
- [25] Müller H. A., *Room acoustical criteria and their meaning*, Atti della Conferenza Internazionale Acoustics and Recovery of Spaces for Music, a cura di D. Stanzial, Ferrara (1993).
- [26] Kirkegard, Allen G., Harbinson J., *Acoustics: Church finds its voice*, in *Architectural Records*, vol.183, n.11, pp. 36-39, nov. 1995
- [27] International Standard Organization n. 3382, *Acoustics: Measurement of the reverberation time of rooms with reference to other acoustical parameters* (1997).
- [28] Oppenheim A.V., Schafer R.W., *Elaborazione numerica dei segnali*, Franco Angeli s.r.l., Milano 1994
- [29] Orfanidis S.J., *Introduction to Signal Processing*, Prentice Hall International Ed., 1996
- [30] Pierce J.R., *La scienza del Suono*, Zanichelli Editore S.p.A., Bologna, 1992
- [31] Müller H. A., *Room acoustical criteria and their meaning*, Atti della Conferenza Internazionale *Acoustics and Recovery of Spaces for Music*, a cura di D. Stanzial, Ferrara (1993).
- [32] Kuttruff H., *Room Acoustics*, Elsevier, New York (1991).
- [33] Mathews M., *The technology of Computer Music*, The M.I.T Press, 1969
- [34] Moore F.R., *Elements of Computer Music*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1990

leonello.tarabella@isti.cnr.it
<http://tarabella.isti.cnr.it>

Leonello Tarabella (informatico, Università di Pisa) ha trascorso periodi di studio presso l'Experimental Music Studio (MIT, Boston) ed il Center for Computer Researches in Musical Acoustics della Stanford University (Ca, Usa) dove si è specializzato sulla tecnologia della computer music. E' entrato a far parte del gruppo di ricerca di Pietro Grossi, pioniere dell'informatica musicale in Italia, presso il CNUCE/CNR di Pisa ed è oggi responsabile delle attività di Ricerca Artistico/Tecnologica del computerART project dell'Area della Ricerca del C.N.R. di Pisa.

Autore di "Informatica e Musica" edito dalla Jacskon Libri e di numerosi articoli scientifici sulla materia, tiene annualmente un corso di Informatica Musicale presso la Facoltà di Informatica dell'Università di Pisa e seminari didattico/divulgativi. E' stato ospite di trasmissione televisive della RAI (Mediamente, Futura City...)

La sua attività di ricerca riguarda la progettazione di sistemi di elaborazione numerica di segnali audio in tempo, lo sviluppo di ambienti e linguaggi per la composizione musicale algoritmica e la performance real-time, la progettazione e realizzazione di sistemi di riconoscimento gestuale basato su tecnologia a raggi infrarossi ed a elaborazione real-time di immagini in movimento. Con i sistemi informatici progettati e realizzati compone la sua musica elettro-acustica proponendola in concerto in numerose manifestazioni di musica ed arte contemporanea a livello nazionale ed internazionale.